محمد مرسلي

دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي

توصيل المعرفة

مكتبة الأدب المغربي

دار توبقال للنشر

مكتبة الأدب المغربي

دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي

محمد مرسلي

دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي

دار توبقال للنشر
عمارة معهد التسيير التطبيقي ـ ساحة ولي العهد الأمير سيدي محمد (ساحة محطة القطار سابقاً)
بلفدير ـ الدار البيضاء 05 ـ المغرب
الهاتف : 24.06.05/42

تَمَّ نَشْرُ هَذَا الكِتَاب ضِمْن سِلْسِلة
توصيـل المعـرفـة

الطبعة الأُولى 1989

رقم الإيداع القانوني : 1989/79

تقديـــم

تشهد الدراسات العلمية الحديثة في العديد من أصولها وفروعها اهتماماً متزايداً بالأدوات الصورية التي يوفرها الدرس المنطقي المعاصر. فلم يعد الاشتغال بهذا العلم مقصوراً على الفلاسفة وحدهم، بل أصبح الرياضيون واللسانيون والقانونيون من أبرز دارسيه. ويفسر لنا هذا الاهتمام النظري والتطبيقي بالمنطق سرّ بروز مادته في الكثير من البرامج الدراسية لمختلف التخصصات الجامعية.

تهدف الدروس التي نقدم اليوم الدرس الأول منها بين دفتي هذا الكتاب، إلى تعويد الطالب أو القارئ العادي على بعض التقنيات السهلة وبعض المفاهيم الأولية التي قد تمده بدعم أساسي في دراساته اللاحقة أو الحالية.

لم يكن هدفنا عندما حررنا هذا الكتاب الجامعي تطوير نظرية أو تقديم عمل إبداعي، بل كان هاجسنا الأول هو خدمة الطالب الجامعي العربي، بتيسير المفاهيم والتقنيات تيسيراً بيداغوجياً يحبب المادة إلى قلبه، ويفتح شهيته للمزيد منها. وفي هذا سر مخالفتنا لعادة التأليف في المنطق الرمزي؛ وذلك بفصلنا بين منطق القضايا ومنطق المحمولات. إلا أننا كنا في هذا مخلصين لواقع تدريس المادة؛ إذ عوّدتنا السنوات العشر التي قضيناها في تدريسها بجامعة محمد الخامس بالرباط، قسم الفلسفة، أن الطالب الفيلسوف أو الأديب يحتاج لسنة جامعية كاملة لكي يستوعب تقنيات منطق القضايا، ويحتاج لمثيلتها ليستوعب تقنيات منطق المحمولات.

وقد قسمنا هذا الكتاب إلى ثمانية فصول، يعد الفصل الأول والثاني والثالث بمثابة مداخل، أما الخمسة الباقية، فهي تعطي مختلف طرق البت المتعارف عليها في المنطق الرمزي المعاصر. وسكتنا عن طريقة الصور القانونية السالمة لتوفرها باللغة العربية. كما أرفقنا فصوله بالعديد من التمارين التي لم نعط حلولها معتمدين في ذلك على اجتهادات الطلاب ومساعدة أساتذتهم، وعلى فضول القارئ وطموحه في امتلاك أدوات هذا العلم.

أخيراً، أحب أن أقدم شكري لكل الزملاء الأساتذة بكلية الآداب، بالرباط على المساعدة المباشرة أو غير المباشرة التي لولاها لما تمّ لهذا الكتاب أن يُحرر.

الفصل الأول

مقدمة

1.1. مفهوم المنطق

طيلة تاريخه وإلى حدود أواخر القرن الماضي (19)، عُدَّ المنطق تارة أداةً، وأخرى آلةً، أو معياراً، أو فَناً لقيادة العقل أو الذهن أو الفكر؛ آلة يجنّبنا تعلّمها من الوقوع في الخطأ (فهو صناعة لتقويم العقل مع الفارابي) و (آلة لعصمة الفكر مع ابن سينا) و (معيار للعلم مع الغزالي) و (فن لقيادة الفكر مع توما الإكويني).

وهكذا ظَلَّ المنطق إما مقدّمة للعلوم خارج إطار تصنيفاتها أو أُلحِق إلى جانب ما كان يُسمى بالعلوم المعيارية من أخلاق وجمال؛ وفي كلتا الحالتين نُظر إليه بوصفه جزءاً لا يتجزّأ من القول الفلسفي. داخل هذا المنظور دُرِّست تحت عنوان «المنطق» وباسمه موضوعات نفسية أو لغوية بالإضافة إلى الفلسفيات فأُجيب عن أسئلة من قبيل : كيف تتكون المفاهيم ؟ ما الألفاظ ؟ ما أنواعها ؟ وما هي أصناف دلالاتها ؟ ما هي المقولات العقلية وما هو عددها ؟ أهي من العقل مستمدة أم من الوجود ؟ أم من اللغة تمت صياغتها ؟

لقد كان المنطق مطالباً في ظل هذا الفهم بالتشريع للعقل ووضع قواعد سلوكية بمثابة أخلاَق للتفكير؛ يُحِلُّ ويحرّم ويضع المعايير لما ينبغي أن يكون عليه النظر العقلي السليم.

بالرغم من هذا التصور، بل وإلى جانبه وفي أحشائه عُدَّ المنطق مبحثاً نظرياً لا يختلف عن النحو أو الرياضيات. ضمن هذا التصور نضع كتاب **التحليلات الأُولى** لأرسطو أو كتاب **القياس** من **الشفاء** لابن سينا على سبيل المثال.

أما اليوم، فقد تمّ تجاوز التصورات المعيارية، ليتدعّم الموقف الأخير المبني على اعتبار المنطق نظرية علمية مستقلة قائمة بذاتها، تؤخذ أولاً وقبل كل شيء كما هي، وبعد ذلك

تأتي تطبيقاتها التي تتعدد وتتسع يوماً بعد يوم؛ تطبيقات نظرية كما في الرياضيات أو علوم اللسان، وتطبيقات تقنية كما في المسارات الشبكية الكهربائية مع **Shanon**، أو في البحوث المتعلقة بالعقول المصنوعة.

سينصبُّ الاهتمام في هذه الدفاتر على دراسة العلاقات الاستدلالية القابلة للصياغة الصورية ضمن لغة رمزية متواطئ عليها. لذا سميناها : **(دُروس في المنطق الاستدلالي الرمزي).**

2.1. العلاقات الاستدلالية الصورية :

من بين الوظائف الدلالية العديدة التي تمارسها اللغة الطبيعية تلك التي نصطلح على تسميتها بالوظيفة الاستدلالية الصورية، ونعني بها جملة العلاقات الدلالية القابلة للنقل الرمزي والخاضعة لجملة من القوانين الصارمة التي تتحدد بحدود عالم ما من العوالم الممكنة.

في القول التالي نتبين وجود علاقة دلالية ما بين مُقَدَّم الجملة الشرطية وتاليها :

(1) إذا كنتَ جائعاً فإن الطعام بالمطبخ.

غير أن هذه العلاقة ليست استدلالية، لأنها تأبى الخضوع للقانون التالي :

⊢ (ب ← جـ) ← (~ جـ ← ~ ب)

من (1) يصبح المرور إلى (2) أمراً مضحكاً :

(2) إذا لم يكن الطعام بالمطبخ فأنت لست جائعاً !

أما في المثال التالي :

(3) إذا كان هذا الشخص إنساناً فإنه حيوان، فالمرور إلى :

(4) إذا لم يكن هذا الشخص حيواناً فإنه ليس إنساناً، يبدو لنا أمراً مُلزماً؛ إذ بتصديقنا لـ (3) يُصبح تكذيبنا لـ (4) أمراً متناقضاً.

نقول إذن عن مثل العلاقة الموجودة بين (3) و (4) إنها علاقة استدلالية صورية.

3.1. أنواع العلاقات الاستدلالية الصورية :

منذ فريجه (Frege ـ 1848 ـ 1925م)، أصبح في مقدورنا التمييز بين نوعين من هذه العلاقات؛

علاقات استدلالية صورية قضوية، كما في المثال (3) والمثال (4)؛

وعلاقات استدلالية صورية محمولية، كما في المثال التاريخي المشهور، **كل إنسان فان وسقراط إنسان؛ إذن سقراط فان،**

تُسمّى النّظرية التي تدرس العلاقات الأُولى بنظرية منطق القضايا؛ أمّا النظرية التي تدرس العلاقات الثانية فتسمّى بنظرية منطق المحمولات.

الفصل الثاني

نظرية منطق القضايا : مفاهيم أولية

1.2. تمهيد

تحت هذا العنوان سندرس جملة القوانين التي تضبط العلاقات الاستدلالية بين القضايا. ونعني بالقضية **الخبر الذي يكون صادقاً أو كاذباً.**

بهذا التحديد يخرج عن نطاق القضية كلٌّ من الإنشاء مثل الاستفهام أو التّعجّب أو... الخ، وكذلك القول الخبري الذي لا تتحدد قيمته الصدقية.

ليكن :

(1) الشمس طالعةٌ.

(2) 2 + 2 = 4.

(3) كم الساعة الآن ؟

(4) ما أجمل هذا اليوم !

(5) غداً، ستقع معركة بحرية.

القولان (1) و (2) يدخلان في تعريف القضية، بينما الأقوال (3)، (4) و (5) تخرج عنه؛ ذلك أن (3) و (4) قولان إنشائيان، أما (5) فقولٌ لا يمكن تصديقه أو تكذيبه في الحال.

في اللغة العادية وكذا في لغة العلوم تدخل الأقوال الخبرية مع بعضها في علاقات دلالية ينشأ عنها كلٌّ مركب نطلق عليه اسم **الاستدلال** ونعرفه بكونه **متوالية من القضايا ترتبط فيما بينها بحيث تُعَد واحدة منها على الأقل نتيجة لما تبقّى من القضايا التي يُطلق عليها اسم المقدمات.**

إذا انبنى تماسك هذا الكل الاستدلالي على العلاقات الخارجية بين قضاياه فقط مأخوذة هي بدورها ككلٍّ غيرُ مفكَّكٍ إلى ما هو أبسط منه، سُمِّيَ هذا الاستدلال استدلالاً قضوياً. وسميت علاقاته بالعلاقات الاستدلالية الصورية القضوية.

مثال :

(1) إن كان العالم حادثاً فإن له صانعاً.

(2) لكنه حادث.

---

(3) إذن له صانع.

نسمي أولاً المجموعة المكونة من القضيتين (1) و (2) بمجموعة المقدمات، بينما نسمي القضية (3) بالنتيجة. والمتوالية المكونة من (1)، (2) و (3) هي الاستدلال.

نلاحظ ثانياً أن الوحدات البسيطة التي تكون هذه المتوالية هي :

(4) العالم حادث.

(5) العالم له صانع.

دخلت (4) مع (5) في علاقات دلالية توضحها حروف المعاني : «إن.... ف....»، «لكن....»، «إذن....»، ففي المقدمة (1) نجد أن (4) و (5) ارتبطتا بالأداة «إن....ف....» بينما ارتبطت المقدمة (1) ككل مع المقدمة (2) بالأداة «لكن....» وأخيراً ارتبطت المقدمات ككل مع النتيجة بالأداة «إذن....».

لنعوض عن (4) بالحرف «ب» وعن (5) بالحرف «جـ» ونعيد كتابة الاستدلال الماضي :

(1̄) إن ب فـ جـ؛

(2̄) لكن ب.

(3̄) إذن جـ

لو سلمنا الآن بصدق (1) و (2) معاً فهل يمكن أن نكذب النتيجة (3) ؟

حتماً لا، لأننا سنناقض ما سلمنا به؛ لذا نقول عن هذا الاستدلال إنه **متماسك منطقياً**.

ونعرف التماسك المنطقي إذن : **يكون الاستدلال متماسكاً منطقياً إذا وفقط إذا كان من المستحيل المرور من صدق مقدماته إلى نتيجة كاذبة.**

في مثالنا هذا توقف التماسك المنطقي على العلاقات المعبَّر عنها بحروف المعاني التي ربطت «ب» بـ «جـ» بغض النظر عن المكونات الداخلية لكلتيهما. إننا نعُدّ هنا القضيـة «العـالم حادث» وحدة غير مجزأة نتعامل معها بوصفها كياناً قائماً بنفسـه وغير قـابل للتفتيت في هـذا المستوى من الدراسة، مثلها في ذلك مثل «العالم له صانع». أمـا العلاقـة بين «العـالم» من جهـة وبين «حادث» من جهة أخرى أو بين «العالم» وبين «له صانع»، أي العلاقـة بين حـدود القضيـة فستدخل ضمن نظرية منطق المحمولات.

2.2. العلاقات الاستدلالية الصورية القضوية

في مستوى اللسان الطبيعي، تُعطي لنا العلاقات الصوريـة القضويـة نفسهـا بواسطـة مـا نسميه : الروابط القضوية. وهذه جزء ممـا اصطلح نحـاة العرب على تـسميتـه بحروف المعـاني. ونقول جزءاً لأنه ليست كل هذه الحروف في العربية قادرة على أن تكون رابطاً قضويـاً يُمثل علاقة صورية؛ لذلك سنجتزئ منها ما يُلبّي أغراضنا الصورية.

فمن الجملة اللغوية المركبة :

(1) «في كلية الآداب شعبة للفلسفة وفي كلية العلوم شعبة للفيزياء»،

نحصل بعد إفراغ أماكن الجمل البسيطة على البنية :

«...... و ......»

ومن : -

(2) «لا يوجد بكلية الآداب شعبة للفنون الجميلة»،

نحصل على :

«لا ......»

ومن : -

(3) «إما أن بكلية الآداب شعبة للفلسفة وإما أن بكلية العلوم شعبة للفيزياء»،

نحصل على :

«إما..... و إما.....»

ومن : -

(4) «إن كان بكلية الآداب شعبة للفلسفة فبها درس للمنطق»،

نحصل على : -

«إن...... فـ ......»

ومن : -

(5) «كلما وجدت كلية الآداب إلا ووجدت بها شعبة للأدب العربي وكلما وجدت شعبة للأدب العربي إلا ووجدت كلية الآداب»،

نحصل على : -

«كلما.... إلاّ و.... وكلما.... إلاّ و....»

نُسمي الآن الألفاظ المتبقية التي حصلنا عليها على التوالي بالأسماء الآتية :

(1̄) رابط الوصل ونرمز له بالرمز '$\wedge$'

(2̄) رابط النفي ونرمز له بالرمز '$\neg$'

(3̄) رابط الفصل ونرمز له بالرمز '$\vee$'

(4̄) رابط الشرط ونرمز له بالرمز '$\rightarrow$'

(5̄) رابط التشارط ونرمز له بالرمز '$\leftrightarrow$'

وبتوظيفنا للحروف الأبجدية 'ب، جـ' محل الأماكن الشاغرة في البنيات السابقة، نحصل على :

(1̄) 'ب $\wedge$ جـ' ونسميها عبارة وصلية أو وصلاً.

(2̄) '$\neg$ ب' ونسميها عبارة منفية أو نفياً.

(3̄) 'ب $\vee$ جـ' ونسميها عبارة فصلية أو فصلاً.

(4̄) 'ب $\rightarrow$ جـ' ونسميها عبارة شرطية أو شرطاً.

(5̄) 'ب $\leftrightarrow$ جـ' ونسميها عبارة تشارطية أو تشارطاً.

3.2. ملاحظات

1.3.2 نسمي المجموعة المكونة من رموز الروابط (٨، ـــ، ٧، ←، ↔) ومن الحروف القضوية (ب، جـ، د، هـ) لغة قضوية شيئية أو كما قال قدماء العرب «لغة في الوضع الأول»، ونعني باللغة الشيئية **اللغة التي تتخذ لها العوالم الممكنة للأشياء موضوعاً للحديث.** وإذا نحن استعملنا لغة ثانية تتحدث وتصف هذه اللغة الشيئية فإننا سنكون أمام «لغة ما ورائية» أو «لغة في الوضع الثاني».

← لغة ما ورائية	جملة خبرية	جملة استفهامية	عبارة وصلية	حرف قضوي
لغة شيئة ←	أرسطو فيلسوف	هل كتب أرسطو الاورغانون ؟	ب ٨ جـ	ب

جدول تمثيلي

.2.3.2 من وجهة نظر علوم اللسان الحديثة تنقسم حقول دراسة اللغات إلى ثلاثة أقسام : من حيث الدلالة، من حيث التركيب ومن حيث التداول. ففي الحقل الدلالي نقوم بدراسة اللغة في علاقتها بالمعنى أو الدلالات التي تربط مكوناتها فيما بينها وبين العوالم الممكنة لما تتحدث عنه، وكذا التطور التاريخي لهذه العلاقة. أما في حقل الدراسة التركيبية فإن الدراسة تركز على العلاقات التي تربط مكونات اللغة فيما بينها من حيث خضوعها لقواعد تضبط ما يمكن ومالا يمكن قوله للوصول إلى تحديد سلامة التركيب، بغض النظر عن المعنى وعن القائل أو السامع. وأخيراً فإن حقل التداول يركز على دراسة العلاقات التي تربط هذا الكل الدلالي التركيبي من جهة ومتداول اللغة من جهة ثانية (القائل أو السامع أشخاصاً كانوا أم مجتمعات).

.1.2.3.2 أما لغتنا القضوية الشيئية، ونظراً لكونها لغة اصطناعية تُقرَّر قواعد دلالتها وتركيبها سلفاً وتحكماً، فإن دراستها لا تشتمل على الحقل الثالث الذي يتوفر في اللسان الطبيعي. لذلك نميز في المستوى الماورائي للغتنا بين الدلالة والتركيب فقط.

2.2.3.2. إن الدلالة الوحيدة التي ستُعطى لرموز لغتنا لن تخرج عن المجال الماصدقي، فلا يهمنا من الحروف القضوية أو من العبارات القضوية المركبة إلا تراكب قيم الصدق والكذب. وبهذا تسقط من حساباتنا كل أنماط الدلالة التي قد تعلق بأذهاننا نتيجة معاشرتنا للسان الطبيعي. فالعبارة «ب» مثلاً تكمن دلالتها في كونها إما صادقة وإما كاذبة بغض النظر عن كل ما يمكن أن ترمز له من دلالات أُخرى. ونقرر منذ الآن أن ما نعترف به من قيم صدقية لا يتعدى قيمتين : الصدق أو الكذب ولا ثالث لهما وليسا معاً. وهذا يعني أن منطق لغتنا القضوية الشيئية منطق ثنائي القيم.

الفصل الثالث

نظرية منطق القضايا : الروابط القضوية وخصائصها

بعد أن نميز الدلالة القضوية للرابط عن دلالته اللسانية العادية، نعطي قاعدته المنطقية.

1.3. رابط الوصل

تستخدم اللغة العربية عدة أدوات لوصل الجمل فيما بينها، وتعتبر كلمة «وصل» كلمة عامة تفيد كل ما يصل جملة بجملة أو حتى كلمة بكلمة؛ إلا أننا سنختار الواو وبالذات واو العطف من بين كل تلك الأدوات. ومعلوم في النحو العربي أن الواو يلعب عدة وظائف تتجاوز العطف؛ وهكذا نجد على سبيل المثال واو المعية وواو الحال،... الخ، بل يمكنه أن يقوم بدور الفصل أحياناً عندما يتعلق الأمر بالتقسيم؛ فعندما يقول النحاة إن الكلمة «اسم وفعل وحرف»، فهم يعنون بذلك أن الكلمة «إما اسم وإما فعل وإما حرف». أما في لغتنا القضوية الشيئية فإننا نغض الطرف عن كل اللوينات الدلالية التي قد تعلق به ولا نتعامل إلا مع الرابطة الوصلية التي لا تربط إلا بين قضايا وقضايا فقط واضعين لها القاعدة التّالية :

قاعدة الوصل

يكون الوصل صادقاً إذا وفقط إذا صدقت كل موصولاته. ويكذب الوصل إذا-وفقط إذا كذب على الأقل موصول واحد من موصولاته.

وبناءً على الملاحظة 2.2.3.2. أعلاه، نعتبر أن الدلالة الوحيدة التي نعطيها للرابط هنا هي فقط دلالة صدقية وبالتّالي ففي الإمكان تركيب قضايا من نوع :

(1) 2 + 2 = 4 والمغرب يقع غرب الجزائر.

(2) 2 + 2 = 5 والجزائر تقع شرق المغرب.
(3) 2 + 2 = 4 و 6 > 4
(4) 2 + 2 = 5 و 4 > 6

القضية (1) و (3) تقولان نفس الشيء، ولهما نفس الدلالة الماصدقية، وذلك لكونهما صادقتين معاً.

القضية (2) والقضية (4) لهما نفس الدلالة بمعنى كذبهما معاً.

الجدول التالي يلخص لنا قاعدة الوصل :

	ب	٨	جـ
.1	ص	ص	ص
.2	ص	ك	ك
.3	ك	ك	ص
.4	ك	ك	ك

2.3. خصائص الوصل الصورية

1.2.3. خاصية التبديل

يقال عن الوصل أنه تبديلي وذلك لأنه يُحقق العلاقة التالية :

(ب ٨ جـ) تتكافأ منطقياً مع (جـ ٨ ب).

ذلك أن تغيير وتبديل مواقع القضيتين الموصولتين لا يغير من القيمة الصدقية للعبارة الوصلية ككل. خاصية التبديل هذه قد لا تتوفر للواو العطفي في اللسان الطبيعي متى كان للترتيب أو للتساوق الزمني :

«دخل عمرو إلى القاعة وتبعه زيد إليها» نتيجة للترتيب الذي يفيده سياق الكلام، يُصبح من المتعذر تغيير مواقع القضيتين الموصولتين دونما القيام بتغييرات جذرية في القضية ككل بالزيادة أو النقصان في مكوناتها اللفظية والدلالية. ونفس الأمر يُقال بصدد :

«تزوجت رجاء وخلفت ولداً وطلَّقها زوجها». فتراتب القضايا هنا مرتبط بتساوق زمني لا يمكنه السير إلى الوراء بشكل مبسط. وتلجأ اللغة العربية عادة في مثل هذه الحالات إلى

رفع الواو ووضع أدوات أخرى محلّهُ؛ وهكذا قد يقال :

«تزوجت رجاء، ثم خلّفت ولداً فطلّقها زوجها».

أو يُقال :

«تزوجت رجاء، فخلفت ولداً، ثم طلّقها زوجها».

أو يُقال :

«تزوجت رجاء وخلّفت ولداً، فطلقها زوجها».

أو يُقال :

«تزوجت رجاء ثم خلّفت ولداً، ثم طلقها زوجها».

وتعود هذه الاختلافات إلى الفترة الزمنية التي تفصل زمن كل قضية عن لاحقتها. إن هذه العوائق التي تقف أمام تبديلية الواو في اللغة العربية لاتوجد أمام الوصل بوصفه رابطاً قضوياً؛ إذ يمكنك أن تكتب دائماً، ومهما كان عدد القضايا، العبارة **«ب ٨ جـ ٨ د»** على شكل **«د ٨ جـ ٨ ب»** أو على شكل **«جـ ٨ ب ٨ د»**... الخ، وتبقى القيمة الصدقية مع ذلك ثابتة لاتتغير.

2.2.3. خاصية التجميع

يُقال عن الوصل إنه تجميعي وذلك لأنه يحقق العلاقة :

ب ٨ (جـ ٨ د) تكافئ منطقياً (ب ٨ جـ ٨ د)

و (ب ٨ جـ ٨ د) تكافئ منطقياً (ب ٨ جـ) ٨ د.

ذلك أنه بإمكاننا دوماً عندما لا نكون إلا أمام الوصل كرابط لمجموعة من المتغيرات أن نضم بأي شكل شئنا عناصر هذه المجموعة، إذ تظل القيمة الصدقية هي بعينها دون تغيير.

إن هذه الخاصية قد لا تتوفر للواو في اللسان الطبيعي، لاحظ مثلاً لو قلنا :

«جاء زيد وعمرو وجاء أحمد».

فلا يمكننا أن نحافظ على نفس الدلالة إذا قلنا :

«جاء زيد وجاء عمرو وأحمد».

لأننا سنصبح أمام خبر مغاير.

3.2.3. خاصية تكافؤ القوى :

يُقال عن الوصل إنه يتمتع بخاصية تكافؤ القوى وذلك لأنه يُحقق العلاقة :

(ب ٨ ب ٨ ... ٨ ب) تكافئ منطقياً ب.

إن تكرار نفس القضية في اللسان الطبيعي لايعني دوماً أننا نقول نفس الشيء، فقد يكون تكرارها راجعاً لأسباب أسلوبية جمالية أو إقناعية. أما في لغتنا القضوية فإن عدد تكرار المتغير القضوي المرتبط برابط الوصل لا يريد أن يقول أكثر مما يقوله نفس المتغير الواحد دون تكرار وربط. وهكذا، فلو كان عدد «ب» في تركيب مثل : «ب ٨ ب ٨ ... ٨ ب» مليون مرة فإن الكل يعود إلى «ب».

3.3. رابط الفصل

في اللغة العربية تدخل الحروف : «أو، إمّـا، أم» ضمن حروف العطف و «تشترك في تعليق الحكم بأحد المذكورين»، «إلا أن «أو» و «إما» يقعان في الخبر والأمر والاستفهام، و «أم» لاتقع إلا في الاستفهام. غير أن «أَو» و «إما» في الخبر للشك، تقول : جاء زيد أو عمرو؛ وجاء إمّا زيد وإمّا عمرو؛ وفي الأمر للتخيير تقول : إضرب زيداً أو عمراً؛ واضرب إما زيداً وإما عمراً. وللإباحة تقول : جالس الحسن أو ابن سيرين» (الآمدي، ص‌ص. 97 ـ 98).

بالإضافة إلى هذه التمييزات الأُسلوبية، إنتبَه المناطقة القدماء خاصة العرب منهم إلى أن هذه الحروف الثلاثة تستخدم بأكثر من معنى. «ولفظة «إما» تستعمل باشتراك الإسم على وجوه ثلاثة»، (ابن سينا، قياس الشفاء، ص 242)، نتج عن هذا ثلاثة أنواع من القضايا المنفصلة :

ـ **منفصلة حقيقية كقولك :** «إما أن يكون هذا العدد زوجاً، وإما أن يكون فرداً». وهنا يُمنع الجمع والرفع معاً، أي «لا يجوز كلاهما، ويجب أحدهما لا محالة». فإن كانت إحداهما صادقة وجب أن تكذب الأُخرى، وإن كذبت إحداهما وجب صدق الأُخرى. بهذا المعنى لاتُوازي المنفصلة الحقيقية رابط الفصل في لغتنا القضوية، بل توازي رابطاً آخر سنتعرَّف عليه فيما بعد.

ـ **منفصلة مانعة الجمع كقولك :** «إما أن هذا الشيء جمادٌ وإما أنه حيوان»، وأنت تُضمِر شيئاً في نفسك. «ونعني بهذا أن هذين [الجماد ـ الحيوان] يتعاندان فيه ولا يجتمعان، ولا نعني صراحاً أنه يخلو عنهما؛ بل إضماراً». (ابن سينا، ص 243، نفسه). إن الجمع المقصود هنا هو اجتماع الصدق، إذ أن القضية المركبة بهذا المعنى لـ «إما» تكذب في حالة اجتماع صدق طرفيها، لكنها تصدق في حالة كذب الطرفين أو كذب أحدهما.

من جديد نقول إن رابط الفصل في لغتنا لايُطابق هذا الاستخدام، وسنتعرف لاحقاً على رابط قضوي يؤدي معناه.

- وأخيراً، **منفصلة مانعة الخلو كقولك** : «العالِم إما أن يعبد الله، وإما أن ينفع الناس». لتصدق هذه القضية في نظر القدماء لابد من صدق أحد طرفيها على الأقل، وتصدق أيضاً حتى في حالة اجتماع صدق الطرفين المفصولين، لذا تكون الحالة الوحيدة التي تكذب فيها هي حالة ارتفاع الطرفين معاً أي كذبهما.

إن هذا المعنى هو الذي يطابق رابط الفصل في لغتنا، فنضع القاعدة التالية :

قاعدة الفصل

يكون الفصل صادقاً إذا وفقط إذا صدقت إحدى مفصولاته على الأقل. ويكذب إذا وفقط إذا كذبت كل مفصولاته.

وهكذا فإن '(ب ٧ جـ)' تكون صادقة إذا وفقط إذا صدقت «ب» وصدقت «جـ» معاً، أو صدقت «ب» على انفراد دون صدق «جـ»، أو صدقت «جـ» دون صدق «ب»؛ ولن تكذب إلا في الحالة التي تكذب فيها «ب و جـ» معاً.

يلخص لنا الجدول التالي قاعدة الفصل :

	ب	٧	جـ
.1	ص	ص	ص
.2	ص	ص	ك
.3	ك	ص	ص
.4	ك	ك	ك

4.3. خصائص الفصل الصورية :

نفس الخصائص الثلاثة التي ميزت الوصل أعلاه، تميز الفصل؛ إذ أنه :

1.4.3. تبديلي : (ب ٧ جـ) تكافئ منطقياً (جـ ٧ ب).

2.4.3. تجميعي : ب ٧ (جـ ٧ د) تكافئ منطقياً (ب ٧ جـ ٧ د).

(ب ٧ جـ ٧ د) تكافئ منطقياً (ب ٧ جـ) ٧ د

3.4.3. تكافؤ القوى : ب ٧ ب ٧... ٧ ب تكافئ منطقياً ب.

5.3. رابط النفي

لو أردنا تصنيف الروابط القضوية التي نحن بصدد دراستها، لقلنا إننا أمام نوعين منها : روابط أحادية وروابط إثنانية. والرابط الأحادي هو الذي ينطبق على عبارة واحدة فقط في حين أن الرابط الإثناني يُمارس وظيفته في الربط بين عبارتين إثنتين؛ فالوصل مثلاً لا يمكن أن ينطبق على عبارة واحدة، إذ أن «٨ ب» نعتبرها كتابة غير سليمة تركيبياً. ونفس الأمر يُقال على «ب ــ حـ»؛ إذ أن النفي لا يمكنه أن يمارس وظيفته إلا على متغير قضوي واحد أو على عبارة واحدة، بسيطة كانت أم مركبة. حقّاً، إن في استخدام كلمة «رابط» بالنسبة للنفي شيء من التعميم قد يؤدي إلى نوع من الحرج في التلقين. لذا نجد بعض المناطقة الغربيين يستعمل كلمة Operateur بدل كلمة Connecteur. وعليه فلا ينبغي أن ينحصر ذهننا في فهم كلمة رابط بناءً على دلالتها اللغوية العادية. فالربط المقصود هنا هو التركيب؛ وبهذا المعنى فإن النفي عندما يدخل على قضية بسيطة يؤدي إلى قضية أخرى مركبة، تماماً كما يفعل الوصل أو الفصل عندما يدخل على قضيتين ليركب منهما قضية أخرى أكثر تركيباً.

تؤدي اللغة العربية هذا الرابط ـ النفي ـ بعدة أدوات، ففي : «لايوجد بكلية الآداب شعبة للفنون الجميلة»، تؤدي الأداة «لا» وظيفة النفي. ونجد «ليس» و «لم» و «لن» و «ما النافية»... الخ كلها تقوم بدور النفي بحسب الشروط التي يضعها النحو العربي للجمل المراد نفيها، إلا أننا في لغتنا القضوية نتفق على الرمز «ــ» الذي نكتبه دوماً أمام العبارة ـ في مقدمتها ـ المقصود نفيها وهكذا نكتب الجملة الماضية :

ــ (يوجد بكلية الآداب شعبة للفنون الجميلة). وبغض النظر عن أية دلالة أخرى قد تفيدها مختلف أدوات النفي في العربية، من تعلق بزمان الفعل أو فقدان النفي لصالح التأكيد أو تحوله إلى نهي... الخ. فإن كل هذه الاعتبارات لا ينبغي أن تخفي عنّا الوظيفة الأساسية له في اللغة القضوية، هذه الوظيفة التي تضبطها القاعدة التالية :

قاعدة النفي :

يكون النفي صادقاً إذا وفقط إذا كانت العبارة التي أمامه كاذبة. ويكون النفي كاذباً إذا وفقط إذا كانت العبارة التي أمامه صادقة.

يتمتع النفي بالخاصية التالية :

ـــ ـــ ب تكافئ منطقياً ب.

التي نطلق عليها خاصية النفي المزدوج أو نفي النفي.

6.3. خاصيتا توزيع الوصل على الفصل وتوزيع الفصل على الوصل

بالإضافة إلى الخصائص التي يتمتع بها الوصل والفصل كل واحد منهما على حدة، هناك خاصيتان يسري مفعولهما على الوصل أمام الفصل، وعلى الفصل أمام الوصل. نطلق على الأُولى خاصية توزيع الوصل على الفصل بينما نطلق على الثانية خاصية توزيع الفصل على الوصل وهكذا يكون لنا :

- ب ∧ (جـ ∨ د) تكافئ منطقياً (ب ∧ جـ) ∨ (ب ∧ د).
- ب ∨ (جـ ∧ د) تكافئ منطقياً (ب ∨ جـ) ∧ (ب ∨ د).

الخاصية الأُولى تسمح لنا بالانتقال من "ب ∧ (جـ ∨ د)" إلى "(ب ∧ جـ) ∨ (ب ∧ د)"، ذلك لأن للعبارتين نفس القيمة الصدقية، ويتجلى لنا هذا مما يلي :

لنأخذ «ب» ونفترض أنّها صادقة، ففي هذه الحالة لتصدق 'ب ∧ (جـ ∨ د)' لابد من : صدق '(جـ ∨ د)'. ولتصدق '(ب ∧ جـ) ∨ (ب ∧ د)' لابد من : صدق '(جـ ∨ د)'. أي أن العبارتين في حالة افتراض صدق «ب» يقولان نفس القيمة الصدقية. أما لو افترضنا كذب «ب»، ففي هذه الحالة، تكون العبارة الأُولى كاذبة بناءً على تعريف الوصل، وتكون العبارة الثانية كاذبة كذلك بناءً على تعريف الوصل والفصل. وهذا يعني أن العبارتين لهما نفس القيمة الصدقية. وهذا هو معنى تكافؤهما المنطقي.

7.3. خاصيتا دومورغان :

تقيم هاتان الخاصيتان علاقة بين النفي والوصل والفصل. ذلك أن دخول النفي على عبارة وصلية يؤدي إلى حصولنا على عبارة فصلية منفية المفصولات. أما دخوله على عبارة فصلية فإنه يؤدي إلى عبارة وصلية منفية الموصولات، أي أن :

- ـــ (ب ∧ جـ) تكافئ منطقياً (ـــ ب ∨ ـــ جـ).
- ـــ (ب ∨ جـ) تكافئ منطقياً (ـــ ب ∧ ـــ جـ).

باعتمادنا على قواعد الروابط الثلاثة (ـــ ، ٨ ، ٧)، يمكننا تبيُّن صحة هاتين الخاصيتين. لنفرض أن «ب» في 'ـــ (ب ٨ جـ)' صادقة، فلكي تصدُق العبارة ككل وجب كذب «جـ». ولكي تصدق العبارة '(ـــ ب ٧ ـــ جـ)' عندما تكون «ب» صادقة يجب أيضاً كذب «جـ».

أما لو فرضنا أن «ب» كاذبة، ففي هذه الحالة تأخذ 'ـــ (ب ٨ جـ)' و '(ـــ ب ٧ ـــ جـ)' قيمة الصدق. وهذا الكلام يعني أن العبارة الأولى والثانية تقولان نفس الشيء ما صدقياً.

وبنفس العملية يمكنك أن تُبيِّن صحة الخاصية الثانية. ولعل المثال التالي يساعد على إدراك حدسي مباشر لهاتين الخاصيتين : إفرض أنك قلت :

(1) ـ «هذا العدد زوج وهو فرد».

كلامك هذا كاذب إذا كان يقصد عدداً طبيعياً غير الصفر، لذا فمن الصدق أن تقول :

(2) ـ «من الكذب أن هذا العدد زوج وهو فرد».

بقليل من التفكير نصل إلى أن هذه الجملة تريد أن تقول :

(3) ـ «إما أن هذا العدد ليس زوجاً، وإما أنه ليس فرداً».

المرور من (2) إلى (3) لم يكن في الواقع إلا المرور من 'ـــ (ب ٨ جـ)' إلى '(ـــ ب ٧ ـــ جـ)'.

تمارين :

1 ـ وزِّع الوصل على الفصل في العبارات الآتية :

أ ـ ب ٨ [(حـ ٧ د) ٧ هـ]

ب ـ (ب ٧ حـ) ٨ (د ٧ هـ)

2 ـ طبق خاصية دومورغان على العبارة :

ـــ [ـــ (ت ٨ حـ) ٧ (ب ٨ د)] ٨ ـــ (ـــ حـ ٧ ـــ د).

8.3. رابطا الشرط والتشارط

تُعد الأدوات التالية : ـ «إن...... فـ......» «إذا.... فـ....» «كلما.... كلما....» «لو....،....» «عندما....،....» من بين الأدوات التي تعمل على إقامة علاقة أو علاقات بين جملتين بسيطتين؛ نحوياً يُقال إن الجملة المركبة بواسطة إحداهن جملة شرطية، تكون الأُولى شرطاً والثانية جواباً للشرط. ولا يخفى أن هذه التسمية تريد أن تقول إن

هناك ارتباطاً مضمونياً بين الجملتين، اصطُلِح على تسميته قديماً بـ «الاتباع أو الاتصال». يشرح لنا ابن سينا هذا المفهوم بقوله : «إن الإتباع قد يكون على أن وضع المقدم وهو المنسوب إليه، وهو المقرون به الحرف الأول للشرط الذي يقتضي جواباً هو الجزاء، يقتضي لذاته أن يتبعه التالي، وهو بين في نفسه كقولهم : إن كانت الشمس طالعة، فالنهار موجود. فإن وضع الشمس طالعة، يلزمه، في الوجود وفي العقل، أن يكون النهار موجوداً. وهذا الملزوم ربما كان علة لوجود الثاني، كما في هذا المثال، وربما كان معلولاً غير مفارق، كما لو قلنا : إن كان النهار موجوداً، فالشمس طالعة؛ وربما كان مضايفا؛ وربما كان كل واحد منهما معلول علة الآخر، وكانا معلولي أمر واحد يلزمانه معاً : مثل الرعد والبرق لحركة الريح في السحاب؛ وربما كانت وجوه أخرى لايحتاج إليها ههنا ....» (ابن سينا، قياس، الشفاء، ص ص 233 ـ 234). إن هذه العلاقات المضمونية، ولما لها من تأثير على شروط صدق القضية الشرطية، أثارت جدلاً عنيفاً بين المناطقة منذ العصر اليوناني وإلى بداية هذا القرن؛ بل إنها لا زالت تثير الإهتمام خاصة لدى المناطقة واللسانيين الذين يهدفون دراسة آثار وانعكاسات اللغات الطبيعية على البنيات الصورية وذلك في مجال ما يسمى بالمنطق الطبيعي. وما دمنا قد قررنا في الملاحظة (2.2.3.2) أعلاه أن الدلالة في لغتنا القضوية دلالة ما صدقية محضة، فعليه فإن العلاقة الوحيدة التي نعترف بها في حدود هذا الدفتر هي علاقة تراكب قيم صدق المقدم مع قيم صدق التالي طبقاً للقاعدة التالية :

قاعدة الشرط

يكون الشرط صادقاً إذا وفقط إذا كذب المقدم أو صدق التالي. ويكون الشرط كاذباً إذا وفقط إذا صدق المقدم وكذب التالي.

وهكذا إذا علمنا فعلاً أن زيداً يوجد بالرباط، تكون القضية التّالية صادقةً :

«إذا كان زيد بالرباط، فإنه يوجد بالمغرب».

وتكون صادقة كذلك حتى ولو لم يوجد بالرباط؛ لأن المقدم سيكون كاذباً. وثالثاً تكون صادقة حتى ولو لم يكن لا بالرباط ولا بالمغرب فعلاً؛ لأن المقدم كاذب والتالي كذلك. الحالة الوحيدة التي تكذب فيها قضيتنا هي التي تقول إن زيداً يوجد بالرباط، وتنفي عنه وجوده بالمغرب؛ أي صدق المقدم مع كذب التالي.

يلخص لنا الجدول التالي القاعدة الماضية :

	ب	←	جـ
.1	ص	ص	ص
.2	ص	ك	ك
.3	ك	ص	ص
.4	ك	ص	ك

لنفحص الآن منطوق القاعدة في علاقتها بهذا الجدول. في مطلع السطر الأول من القاعدة نجد الجملة المدخلية : «يكون الشرط صادقاً...» وهذا يعني أننا ندخل بواسطتها حالات صدق الشرط التي تعطيها الأسطر 1، 3، 4 من الجدول في العمود الأوسط الواقع تحت « ← ». أما تتمة السطر فإننا نقرأ فيها : «...كذب المقدم أو صدق التالي» ومادمنا نعلم أن «المقدم» قضية، وأن «التالي» هو كذلك قضية، ففي إمكاننا أن نضع محلهما متغيرات قضوية هكذا :

«كذب ب أو صدق جـ»

لنفرض الآن أن «ب» صادقة، فإن التعبير «كذب ب» يمكن أن يُكتب في لغتنا القضوية هكذا : « ـــ ب»، أي نفي «ب» الصادقة. وبصفة عامة نصطلح على أن التعبير : «من الكذب أن ب» يريد أن يقول ببساطة « ـــ ب». وعلى ضوء هذا الاصطلاح نكتب «كذب ب أو صدق جـ» على هذا الشكل :

(ـــ ب أو جـ)

أو على هذا الشكل :

(ـــ ب ٧ جـ)

إن ما وصلنا إليه يحتل مكانه داخل تعريف الشرط على النحو التالي :

(ب ← جـ) إذا وفقط إذا (ـــ ب ٧ جـ).

أما لو نحن فحصنا الشطر الثاني من القاعدة الذي يقول «ويكون الشرط كاذباً إذا وفقط إذا صدق المقدم وكذب التالي»، لو وجدنا أنها تعطينا السطر رقم 2 في الجدول أعلاه.

وبنفس الخطوات السابقة نكتب هذا الشطر من القاعدة :

ـــ (ب ــــ← جـ) إذا وفقط إذا (ب ∧ ــ جـ).

لقد أخذنا محل «الشرط» العبارة (ب ــ← جـ)، ووضعنا محل «يكون....كاذبا» علامة النفي «ــ »، ومحل «صدق المقدم» وضعنا «ب»، ومحل «كذب التالي» كتبنا «ــ جـ».

وهكذا فالعبارة '(ب ∧ ــ جـ)' تعطينا متى يكون الشرط كاذباً. فلو قمنا بنفيها هكذا ــ (ب ∧ ــ جـ) فنحصل لا محالة على 'ــ ــ (ب ــ← جـ)'، أي بناءً على خاصية النفي المزدوج، على '(ب ــــ← جـ)' فقط. ونكتب إذن :

(ب ــــ← جـ) إذا وفقط إذا ــ (ب ∧ ــ جـ).

وبالفعل فإن اللغة العادية يُمكنها أن توفر لنا العديد من الأمثلة التي تقرب إلى حدسنا هذه العلاقات بين الشرط من جهة وكل من الفصل والوصل من جهة أخرى.

إن الجملة الشرطية : «إذا كانت الشمس طالعة، فإن النهار موجود» تقول ما تقوله الجملة الوصلية : «من الكذب أن تكون الشمس طالعة والنهار ليس موجوداً». ولو علمت أن 'ــ (ب ∧ ــ جـ)' يمكنها أن تصبح '(ــ ب ∨ جـ)' بناءً على خاصية دومورغان، لأمكنك أن تقول قضية فصلية لها نفس الدلالة التي كانت للجملة الوصلية السابقة : «إما أن الشمس ليست طالعة أو أن النهار موجود».

والآن لنلتفت لرابط التشارط. تحتاج اللغة العربية لتأدية هذا الرابط إلى تركيب مزدوج لرابط الشرط فتقول مثلاً : «كلما كان الحيوان ناطقاً كان إنساناً، وكلما كان إنساناً كان حيواناً ناطقاً»، وهي بهذا تريد أن تقيم مساواة بين طرفي الشرط. يخبرنا ابن سينا بأن مثل هذا التركيب يقع تحت ما يُسمى بالاتصال التام في مقابل الاتصال الناقص الذي يخص القضية الشرطية، يقول : «قالوا : إن الإتصال منه تام، ومنه غير تام (....) وأما الاتصال التام فجعلوه ما يلزم فيه المقدم التالي، كما لزم التالي المقدم، كقولهم : كلما كانت الشمس طالعة فالنهار موجود، وكلما كان النهار موجوداً فالشمس طالعة». (ابن سينا، المصدر المذكور، ص 232) وقد نؤديه بصيغة أخرى قائلين : «كلما كان النهار موجوداً فالشمس طالعة، والعكس»، أي وعكس الشرطية السابقة. وتحت تأثير الرياضيات من جهة وترجمة المؤلفات المنطقية الأجنبية الحديثة إلى العربية من جهة أخرى، بُديء بإدخال أداة اصطلاحية لتأدية التشارط ناقلينها عن اللغات الهندواوربية واضعين لها هكذا : «إذا وفقط إذا». نكتب الأمثلة الماضية بواسطتها :

«يكون الحيوان ناطقاً إذا وفقط إذا كان إنساناً».

«يكون النهار موجوداً إذا وفقط إذا كانت الشمس طالعة».
في لغتنا القضوية لا نحيد عن هذا المعنى الذي يعود إلى شرط وشرط معكوس ونضبطه بالقاعدة التالية :

قاعدة التشارط

يكون التشارط صادقاً إذا وفقط إذا صدق المتشارطان معاً أو كذبا معاً.
ويكون التشارط كاذباً إذا وفقط إذا صدق أحد المتشارطان وكذب الآخر.

وهذا ما يلخصه الجدول التالي :

	ب	↔	جـ
.1	ص	ص	ص
.2	ص	ك	ك
.3	ك	ك	ص
.4	ك	ص	ك

.9.3 تحذيرات

1 ـ لا يتمتع الشرط بخصائص التجميع والتبديل وتكافؤ القوى.
فـ ’ب ← جـ ← د‘ لا معنى لها في لغتنا؛
و ’ب ← (جـ ← د)‘ تختلف عن ’(ب ← حـ) ← د‘؛
أما (ب ← جـ) فليست هي (جـ ← ب)؛
وأخيرا ’ب ← ب‘ لا ترجع إلى ’ب‘.

2 ـ انتبه فإذا كان الشرط يقبل التوزيع على التشارط هكذا :
ب ← (جـ ↔ د) تكافئ منطقياً (ب ← جـ) ↔ (ب ← د).
فإن التشارط لا يقبل التوزيع على الشرط.

10.3. مدى الروابط القضوية

1.10.3. مدى الروابط الاثنانية

نقصد بمدى الروابط طول العبارة التي ينطبق عليها رابط ما؛ إذ أنّ للعبارة طول وفيها مواقع للتغيرات. ونقصد بالموقع المحل الذي يحتله إما المتغير وإما الرابط داخل طول عبارة ما. وفي لغتنا القضوية نستعمل الأقواس ' (،) ' والمعقفات '[،]' والحاضنات '{،}' لتحديد مدى الروابط.

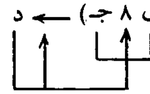
ففي العبارتين :

(1) (ب ∧ جـ) ← د

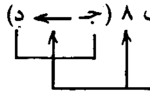
(2) ب ∧ (جـ ← د)

يختلف مدى الروابط، فهو في العبارة الأُولى (ب و حـ) من جهة، شرط د. أمّا في العبارة الثانية فهو ب من جهة موصولة مع (جـ شرط د). وبتوظيفنا للخطوط الأفقية نعيد كتابة العبارتين :

(1) (ب ∧ جـ) ← د



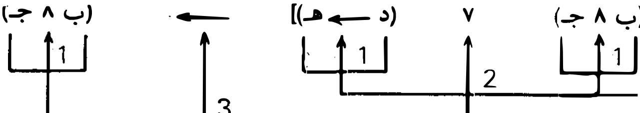
(2) ب ∧ (جـ ← د)



ومن أطوال هذه الخطوط الأفقية نلاحظ أن الخط الذي يحدد مدى الوصل في العبارة الأُولى أقصر من الخط الذي يحدد مدى الشرط فيها. والرابط الذي يتوفر على أطول مدى في أية عبارة كانت، نطلق عليه اسم **الرابط الأساسي**. والمدى الذي تعينه الأقواس أقصر من ذاك الذي تعينه المعقفات، ومدى هذه الأخيرة أقصر مما تحدده الحاضنات.

لتكن العبارة التالية :

[(ب ∧ جـ) ∨ (د ← هـ)] ← (ب ∧ جـ)

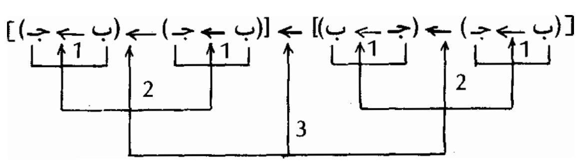


لا حظ أن أطْوَل مدى في هذه العبـارة هو ذاك الـذي يتوفر عليـه الشرط الـذي يحمل خطـه الأفقي رقم 3؛ فهو يربط بين الفصل ذي الخط رقم 2 من جهـة وبين الوصل رقم 1 الواقع إلى يسار علامة الشرط من جهة ثانية؛ فهو بالتالي الرابط الأساسي في هذه العبارة.

بقيت مـلاحظـة أخيرة يجب الانتبـاه إليهـا، ذلــك أن نفس المتغير القضـوي أو الرابـط القضوي قد يكون لهما أكثر من موقع داخل العبارة القضوية، فمثلاً :

[(ب ← جـ) ← (جـ ← ب)] ← [(ب ← جـ) ← (ب ← جـ)]

لا تتكون هذه العبارة إلا من متغيرين هما «ب» و «جـ»، ولا تتكون كذلك إلا من رابط واحد هو الشرط. في المقابل تتكون البنية الصورية لها فعلياً من أربعة مواقع للمتغير «ب» وأربعة مواقع للمتغير «جـ» وسبعة مواقع للرابـط القضوي « ← ». لغرض الإفصـاح أكثر عن المـدى نعتبر المواقع وكأنها متغيرات مختلفة رغم كونهـا لنفس المتغير، ونفس الأمر يقـال على مواقع الروابط. وهكذا وباستعمالنا للخطوط الأفقية نوضح أن مدى الروابط مرتبـط بمواقع المتغيرات والروابط :



2.10.3. مدى الرابط الأحادي

لحد الآن كان اهتمامنا منصرفاً لتحديـد مـدى الروابـط القضويـة الإثنـانيـة، وكمـا نعلم تشتمل لغتنا على رابط أحادي هو النفي فكيف نحدد مداه ؟

بكل اختصار نقول إن رابط النفي يرد في اللغة القضوية على صورتين :

إما أنه يرد أمام متغير قضوي وإما أنه يرد أمام قوس أو معقف أو حـاضنـة. ففي الحـالـة الأولى يكون مداه هو ذلك المتغير القضوي وفي الحـالـة الثـانيـة يكون مـداه هو كل العبـارة التي يضمها القوس أو المعقف أو الحاضنة.

مثال :

¬ [¬ (¬ ب ٨ حـ) ← (حـ ٨ ¬ د)]

لاحظ أن مدى النفي في '(¬ب ٨ جـ)' هو «ب» فقط، وفي '(حـ ٨ ¬ د)' هو «د» فقط، وأن مداه في '¬ (¬ ب ٨جـ)' هو '(¬ ب ٨ جـ)'، وأخيراً فإن أول نفي خارج المعقفين ينطبق على كل العبارة المحصورة بينهما.

تمارين :

باستعمالك للخطوط الأفقية بين مدى الروابط في العبارات الآتية :

أ. {[(ب ٨ جـ) ← ¬ (د ↔ هـ)] ٧ د} ↔ ب.

ب. ¬ {¬ [(ب ٧ جـ) ← (ب ← (جـ ٧ ¬ د))]}

حـ. {[(ب ٨ جـ) ٧ (¬ ب ٨ ¬ د)] ← هـ} ↔ د.

ملاحظة :

في الكتب المنطقية، قد يصطلح الكاتب على طرق أخرى لتحديد المدى؛ وذلك إما باستعمال الأقواس وإما بالحد من استخدامها وإما بحذفها كلياً أو جزئياً. وعادة ما يتم ذلك بالإتفاق على قوة الروابط، إذ تُعطى الأسبقية لرابط على آخر ويتم ترتيبها تصاعدياً من حيث قوة الربط؛ ففي هذه الحالة لانحتاج إلى أقواس. وإذا كانت الروابط في نفس الدرجة من القوة يمكن أن يُدخِل الكاتب الأقواس أو يستخدم النقط. انظر على سبيل المثال طريقة Quine في كتابه Méthodes de logique.[1]

□ □ □

(1) Willard V.O. Quine, Méthodes de logique, Trad. Maurice Clavelin, Armand Colin, Paris, 1973.

الفصل الرابع

طرق البت في منطق القضايا : تمهيد

1.4. وفرت لنا الفصول الماضية كل التعريفات الدلالية للروابط التي سنحتاجها خلال دراستنا للاستدلالات القضوية. غير أن النظر في هذه الاستدلالات يستدعي مقدماً القيام بعمليات نقلية على حسب طريقة البت المراد استعمالها لدراسته. بصفة عامة يجب أولاً نقل الاستدلال إلى صورة استدلالية، وثانياً قد نحتاج إلى نقل هذه الصورة الاستدلالية إلى صورة قضوية.

1.1.4. النقل إلى الصورة الاستدلالية

المقصود بهذه العملية هو الانتقال من اللغة الطبيعية التي يعطى بها الاستدلال إلى اللغة الرمزية القضوية، تتوقف هذه العملية أساساً على مدى إمساكنا وفهمنا للغة الطبيعية من جهة، وعلى احترامنا لقواعد تركيب اللغة المنقول إليها من جهة ثانية. إنها عملية ترجمة تأبى الخضوع للتقنين والمكننة. ومع ذلك لابد من مراعاة النصائح التالية :

1 - يجب ضبط الوحدات القضوية الأولية بكل وضوح؛

2 - يجب ضبط الروابط القضوية ومداها بوضوح؛

3 - وأخيراً إحلال الرموز محل الوحدات القضوية وروابطها.

2.1.4. النقل إلى الصورة القضوية :

بعد الانتهاء من العملية الماضية ما علينا إلا القيام بالإجراء التالي :

(1) - في حالة كون عدد المقدمات = 1؛ نركّب صورة قضوية شرطية مقدمها هو المقدمة وتاليها هو النتيجة.

(2) ـ في حالة كون عدد المقدمات > 1؛ نركّب صورة قضوية شرطية مقدمهـا يتكون من وصل المقدمات وتاليها من النتيجة.

وهكذا :

إذا كانت الصورة الاستدلالية هي :

ب

―――

جـ

التي عدد مقدماتها يساوي 1، نطبق الحالة (1)؛ أي نركب الصورة القضوية :

ب ← جـ

أما إذا كانت الصورة الاستدلالية هي :

ب

جـ

د

―――

جـ

التي عدد مقدماتها أكبر من 1، فإننا نطبق الحالة (2)؛ أي نركب الصورة القضوية :

(ب ∧ جـ ∧ د) ← جـ

2.4. طريقة البت

يقصد بالطريقة جملة الخطوات المنتهية الخاضعة لمجموعة محدودة ومنتهية من القواعد التي يمكن تطبيقها آلياً على أية عبارة من عبارات اللغة القضوية. ويقصد بالبت القدرة على أن نقرر ما إذا كانت العبارة موضوع الدرس صحيحة أو متناقضة أو عارضة، على وجه العموم؛ أو أن عبارة ما تلزم عن أخرى أو تتلازم معها على وجه الخصوص.[1]

1) سنعرّف كل هذه المفاهيم على ضوء مقتضيات كل طريقة على حدة.

الفصل الخامس

طرق البت في منطق القضايا :
الطريقة الجدولية أو جداول الصدق

1.5. ملحوظة تاريخية :

استعملت طريقة الجداول الصدقية لأول مرة من طرف Frege و Peirce و Schröder سنة 1880 ولعبت انطلاقاً من سنة 1920 دوراً رئيسياً في المنطق الرياضي مع كل من Lukasiewicz و Post و Wettgenstein. الشكل الذي سنستعمله نحن يعود إلى Quine (1940).

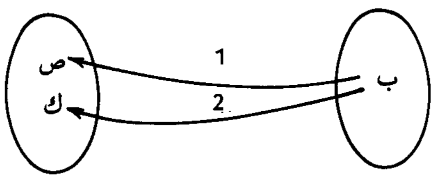
2.5. التمهيد للتقويم :

لتشيد الجدول الصدقي لعبارة قضوية ما 'ب' نحتاج أولا وقبل كل شيء إلى تحديد عدد الأعمدة وتحديد عدد الأسطر. فعدد أعمدة الجدول يتوقف على مجموع عدد مواقع المتغيرات والروابط ضمن 'ب'. لتكن 'ب' مثلاً هي '(ب ∧ جـ) ← جـ' التي عدد مواقع متغيراتها يساوي 3 وعدد مواقع روابطها يساوي 2، فعدد أعمدة جدولها إذن هو 3 + 2 = 5.

عدد أعمدة الجدول = عدد مواقع المتغيرات + عدد مواقع الرابط.

أما عدد أسطر الجدول فإنه يتوقف على شيئين: عدد المتغيرات التي تتكون منها العبارة من جهة، ومجموعة القيم الصدقية التي تأخذ بها اللغة المدروسة من جهة ثانية؛ [ومعلوم بناءً على الملاحظة 2.2.3.2. من الفصل الثاني أن لغتنا القضوية لغة إثنانية القيم] طبقاً لعلاقة تطبيق مجموعة عدد المتغيرات في عدد القيم الصدقية.

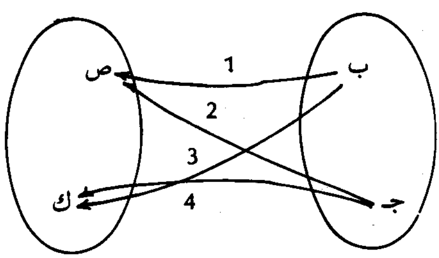
وهكـذا لو كـانت ،ب، هي'(ب ٨ ب)' التي عـدد متغيراتهـا يسـاوي 1 (أي أن مجموعـة المتغيرات فيها تتكون من عنصر واحد)، وما دامت مجموعة القيم الصدقية تتكون من عنصرين هما الصدق (ص) والكذب (ك)، فعلاقة التطبيق تعطينا :



عدد أسطر الجدول يساوي تطبيق مجموعة المتغيرات المحتوية على عنصر واحد في مجموعة القيم الصدقية، أي أن :

عدد أسطر الجدول = 2.

أمـا لـو كـانت ،ب، هي '(ب ٨ جـ) ـــ جـ' التي تتكـون من متغيرين همـــا«ب» و«جـ»، فالتطبيق يعطينا.



عدد الأسطر = تطبيق مجموعة القيم (2) في مجموعة المتغيرات (2) = 4.

وبصفة عامة، تعطينا المعادلة التالية عدد أسطر جدول أية عبارة قضوية ضمن لغتنا :

عدد أسطر الجدول = القيم الصدقية مرفوعة لقوةٍ بعدد المتغيرات القضوية.

بعد أن يتم لنا معرفة عدد أسطر الجدول تأتي مرحلـة ملء الأعمـدة تبعـاً لعـدد السطور؛ هنـا لابد من **التمييز بين أعمدة المتغيرات وبين أعمدة الروابط**. فملءُ أعمـدة المتغيرات يتم طبقاً للاتّفاق التّالي :

نملأُ النصف الأُول من عمود المتغير الأُول بالصّدق ونملأُ النصف الباقي بـالكـذب؛ ونملأ نصفَ نصفِ عمود المتغير الثاني بـالصـدق ونصف النصف البـاقي بـالكـذب؛ ونستمر في قسمـة الأنصاف في أعمدة المتغيرات الموالية حتى آخر واحد منها.

لنمثل إذن على ما قلناه بالعبارة التالية :

{ [(ب ∧ جـ) ← (جـ ∧ ب)] ← د }

1 ـ عدد أعمدة الجدول فيها = عدد مواقع المتغيرات + عدد مواقع الروابط.

وهكذا :

د	←	ب))]	∧	(جـ	←	(جـ	∧	ب)]
5	4	4	3	3	2	2	1	1

إذن :

عدد مواقع المتغيرات = 5؛

وعدد مواقع الروابط = 4

وعليه فعدد أعمدة جدولها = 5 + 4 = 9؛

ويكون لنا إذن :

9	8	7	6	5	4	3	2	1	
د	←	[(ب	∧	جـ)	←	(جـ	∧	ب	)]
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

تركنا طول العمود ناقصا لتوقفه على عدد أسطره لذا نمرُّ إلى :

2 ـ لاحتواء عبارتنا على ثلاثة متغيرات فقط، فإن عدد أسطر جـدولهـا يكون هو 2 مرفوعـة للقوة 3 أي $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

وهكذا نتمم الأعمدة بعدد أسطرها :

9	8	7	6	5	4	3	2	1	
د	→	[(ب	∧	(جـ	→	جـ)	∧	ب	([
									1
									2
									3
									4
									5
									6
									7
									8

3 - نمر الآن إلى ملء أعمدة المتغيرات أولاً طبقاً لما اتفقنا عليه؛ أي تجت المتغير الأول، وعادة ما يكون هو «ب» في لغتنا، نملأ نصف عدد أسطر العمود الأول بالصدق والنصف الباقي بالكذب هكذا :

9	8	7	6	5	4	3	2	1	
د	→ [(	ب	∧	(جـ	→	جـ)	∧	ب)[	
		ص						ص	1
		ص						ص	2
		ص						ص	3
		ص						ص	4
		ك						ك	5
		ك						ك	6
		ك						ك	7
		ك						ك	8

لاحظ أننا ملأنا كل أعمدة «ب» سواء أكانت في رأس العبارة أو في وسطها؛ ومن ثمة فإن ما يُشير إليه التعبير «المتغير الأول» هو المتغير الأول في لغتنا؛ وليس المتغير الأول في العبارة فقط. وفي حالة غياب «ب» يمكنك أن تحدّد متغيرك الأول وتلتزم بهذا التحديد وتطبق هذا الاتفاق.

وتحت المتغير الثاني نملأ نصف النصف بالصدق ونصف النصف بالكذب ونكرر العملية حتى آخر العمود هكذا :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	[(ب	٨	جـ)	←	(جـ	٨	ب)]	←	د
1	ص		ص		ص		ص		
2	ص		ص		ص		ص		
3	ص		ك		ك		ص		
4	ص		ك		ك		ص		
5	ك		ص		ص		ك		
6	ك		ص		ص		ك		
7	ك		ك		ك		ك		
8	ك		ك		ك		ك		

ثم نمُر إلى المتغير الثالث والأخير، ونملأ أسطر عموده على الشكل التّالي : نصف قيم الصدق التي تظهر في مطلع عمود «جـ» يليها نصف قيم الكذب من نفس العمود، ونكرر العملية إلى آخر العمود هكذا :

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	([	ب	∧	جـ	←	جـ	∧	ب	]) ←	د
1		ص		ص		ص		ص		ص
2		ص		ص		ص		ص		ك
3		ص		ك		ك		ص		ص
4		ص		ك		ك		ص		ك
5		ك		ص		ص		ك		ص
6		ك		ص		ص		ك		ك
7		ك		ك		ك		ك		ص
8		ك		ك		ك		ك		ك

لاحظ أن عمود المتغير الأخير لا يضم إلا 'ص' تليها 'ك' وتتكرر العملية إلى آخره.

تمارين :

1. حدد عدد أعمدة وأسطر جداول العبارات التالية :

أ - (ب ∨ جـ) ↔ (ـــ ب ∧ ـــ جـ).

ب - (ب ← ب) ↔ (ـــ ب ∨ ب).

جـ - [(ب ← جـ) ∧ (جـ ← د) ∧ (د ← هـ)] ← (ب ← هـ).

د - [(ـــ ب ∨ جـ) ∧ (ـــ جـ ∨ د)] ← (ب ← د).

2. إملأ أعمدة المتغيرات في العبارات الماضية.

□ □ □

3.5. تطبيق قواعد التقويم

إن ملء أعمدة الروابط هو بيت القصيد من كل تلك المراحل التمهيدية، لذلك أفردنا له عنواناً خاصاً وفصلناه عن خطوة ملء أعمدة المتغيرات. وهذه الخطوة الجديدة، خطوة ملء أعمدة الروابط هي التي نصطلح على تسميتها بالتقويم؛ أي إسناد القيم الصدقية إلى الروابط ومن خلالها إسناد القيم الصدقية إلى العبارات المركبة.

يتوقف ملء أعمدة الروابط على أمور ثلاثة :

1 ـ تحديد واضح لمدى الروابط داخل العبارة؛

2 ـ البدء بملء أعمدة الروابط الأقصر مدى؛

3 ـ تطبيق قواعد الروابط التي سبق لنا أخذها في الفصل الثالث أعلاه؛

وفي هذا التطبيق يجب أن نراعي تدرج مدى الروابط من أقصرها إلى أوسعها. أما في حالة تساوي مدى رابطين فإن لنا أن نختار أيهما للبدء به، فالأمر بالنسبة لهما سيان.

لتكن العبارة :

[(ب ٨ ـــ جـ) ← (جـ ٨ ـــ ب)] ← د

التي يحدد مدى كل رابط إثناني فيها قوس أو معقف، والتي يقف فيها مدى النفي عند حدود المتغير الذي يليه. وعليه فأقصرُ مدى فيها هو مدى النفي؛ ومن ثمة يجب البدء به :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10	11
	[(ب	٨	ـــ	جـ)	←	(جـ	٨	ـــ	ب	)]	←	د
1	ص		ك	ص		ص		ك	ص			ص
2	ص		ك	ص		ص		ك	ص			ك
3	ص		ص	ك		ك		ك	ص			ص
4	ص		ص	ك		ك		ك	ص			ك
5	ك		ك	ص		ص		ص	ك			ص
6	ك		ك	ص		ص		ص	ك			ك
7	ك		ص	ك		ك		ص	ك			ص
8	ك		ص	ك		ك		ص	ك			ك

تطبيق قاعدة النفي

بعد تطبيق قـاعـدة النفي على كل من «جـ» و «ب»، سجلنـا نتـائج القـاعـدة في العمود رقم 3 والعمود رقم 8. نمرُّ الآن إلى الروابط التي طول مداها يـأتي مبـاشرة بعـد النفي السـابق وهي في مثالنا الوصل ذو العمود رقم 2 والوصل ذو العمود رقم 7، وما دام مداهما متساويـاً فلنـا أن نبدأ بتقويم أيهما شئنا على أساس أن نقارن طبقاً لقاعدة الوصل وفي كل سطر على حدة بين قيم المتغير من جهة وبين ما حصلنا عليه في الخطوة السابقة وهكذا :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10	11
	[(ب	∧	ـــ	حـ)	←	(حـ	∧	ـــ	ب	)]	←	د
1	ص	ك	ك	ص		ص	ك	ك	ص			ص
2	ص	ك	ك	ص		ص	ك	ك	ص			ك
3	ص	ص	ص	ك		ك	ك	ك	ص			ص
4	ص	ص	ص	ك		ك	ك	ك	ص			ك
5	ك	ك	ك	ص		ص	ص	ص	ك			ص
6	ك	ك	ك	ص		ص	ص	ص	ك			ك
7	ك	ك	ص	ك		ك	ك	ص	ك			ص
8	ك	ك	ص	ك		ك	ك	ص	ك			ك

تطبيق قاعدة الوصل

بعـد تطبيق قـاعـدة الوصل على كلٍّ من الوصل رقم 2 والوصل رقم 7، نمرُّ إلى الرابـط الـذي مداه يـأتي في الإتسـاع مبـاشرة بعـدهمـا، وهـذا الرابـط هو الشرط ذو العمود رقم 5. سنقوِّمـه بتطبيق قـاعـدة الشرط أُفقيـاً في كل سـطر على حـدة مقـارنين بين القيم المحصـل عليهـا في

العمود رقم 2 وبين القيم المحصل عليها في العمود رقم 7، وهكذا :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10	11
	[(ب	∧	—	ج)	→	(ج	∧	—	ب	)]	→	د
1		ك			ص		ك					
2		ك			ص		ك					
3		ص			ك		ك					
4		ص			ك		ك					
5		ك			ص		ص					
6		ك			ص		ص					
7		ك			ص		ك					
8		ك			ص		ك					

تطبيق قاعدة الشرط

وبعد الانتهاء من تطبيق قاعدة الشرط على الرابط الذي يحمل عموده رقم 5، نلاحظ أن أوسع مدى في هذه العبارة هو مدى رابط الشرط الذي يحمل موقعه رقم 10 والذي يربط بين ما حصلنا عليه في العمود 5 وبين قيم المتغير الذي يحمل عموده رقم 11. وعليه ما علينا إلا القيام بتطبيق قاعدة الشرط أُفقياً للحصول على :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10	11
	[(ب	٨	ـــ	جـ)	←	(جـ	٨	ـــ	ب	)]	←	د
1	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ص		ص	ص
2	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ص		ك	ك
3	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص		ص	ص
4	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص		ص	ك
5	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك		ص	ص
6	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك		ك	ك
7	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ك		ص	ص
8	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ك		ك	ك

تطبيق قاعدة الشرط

يُعطينا عمود الرابط الأوسع مدى والذي سميناه من قبل بالرابط الأساسي كل القيم الممكنة التي تأخذها العبارة ضمن منطق قضوي إثناني القيم.

تمارين :

شيد جدولاً صدقياً لكل واحدة من العبارات التالية :

أ. [(ب ← جـ) ٨ ـــ جـ] ← ـــ ب

ب. [(ب ← جـ) ٨ (ـــ جـ ٧ د)] ← (ـــ ب ٧ د)

حـ. ـــ { (ب ٧ ـــ ب) ٨ [(حـ ← حـ) ٨ (د ٧ ـــ د)] }

□ □ □

4.5. نتائج التقويم

1.4.5. الصحة والتناقض والعرضية جدولياً

بمراعاة الملاحظتين :

(1) إن كل عبارات اللغة القضوية يجب أن تكون إما صادقة وإما كاذبة، ولا يمكن أن تكون صادقة وكاذبة في نفس الوقت بالنسبة لنفس الإسنادات الصدقية. وهذا ما تؤكده لنا أسطر الجداول الصدقية، ففي كل سطر مأخوذ على حدة نجد إما ’ص‘ وإما ’ك‘، سواء أكانت العبارة بسيطة أو مركبة.

(2) غير أنه بتغير السطر الجدولي قد تتغير قيم العبارة وقد لا تتغير، والتغيير أو عدمه راجع بالأساس إلى أن قيمة العبارة الجُملية تابعة لقيم مكوناتها الذرية بناءً على القواعد الأساسية للروابط القضوية.

نجد أنه من وجهة نظر جدولية تتوزع عبارات اللغة القضوية إلى المجموعات التّالية :

مجموعة العبارات التي لا تتغير قيمها الصادقة بتغير أسطر جدولها؛

مجموعة العبارات التي لا تتغير قيمها الكاذبة بتغير أسطر جدولها؛

مجموعة العبارات التي تتغير قيمها بين الصدق والكذب بتغير أسطر جدولها.

نسمي المجموعة الأُولى باسم **العبارات الصحيحة** أو التوتولوجية، ونضبط مفهومها جدولياً بالتعريف التالي :

$ت_1$

تكون العبارة ب من اللغة[1] ق صحيحة جدولياً إذا وفقط إذا كانت كل أسطر عمود رابطها الأساسي لا تحتوي إلا على ’ص‘.

(1) انطلاقاً من الآن سنستعمل التعبير «اللغة ق» كاختصار لـ «لغتنا القضوية».

في العبارة التّـاليـة : '(ب ٧ ـــ ب)' لا تُملأ أسطر عمود الرابط فيهـا إلا بـالقيمـة 'ص' مهمـا كانت الإسنادات الصدقية لمتغيراتها الذرية.

	ب	٧	ـــ	ب
.1	ص	ص	ك	ص
.2	ك	ص	ص	ك

ونفس الأمر يُقال على العبارة : '[(ب ٨جـ) ــــ جـ]' التي لايحمل عمود رابطهـا الأَسـاسي إلا القيمة 'ص'،

	(ب	٨	جـ)	←	جـ
.1	ص	ص	ص	ص	ص
.2	ص	ك	ك	ص	ك
.3	ك	ك	ص	ص	ص
.4	ك	ك	ك	ص	ك
	1	2	3	4	5

إن تعريف الصحة بهذا المعنى لا يمنع منه وجود القيمة 'ك' في أحـد أعمـدة الجـدول، بشرط أن لا تكون ظـاهرة في عمود الرابـط الأَسـاسي. ففي عبـارتنـا أعلاه نلاحـظ أن 'ك' تظهر في العمـود 1 في السطرين 3 و 4، وفي العمـود 2 في الأسطر 2 و3 و4، وفي العمـود 3 في الأسطر 2 و4، وفي العمود 5 في السطرين 2 و4. ومع ذلـك فـإن العمود 4 الـذي يهمنـا بالأساس لايضم أية 'ك'.

ونسمي المجموعة الثانية بالعبارات التناقضية ونضبط مفهومها جدولياً بالتعريف التالي :

$ت_2$

تكون العبارة ب من اللغة ق تناقضية جدولياً إذا وفقط إذا كانت كل أسطر عمود رابطها الأساسي لا تحتوي إلا على 'ك'.

في العبارة التّالية '(ب ∧ ـــ ب)' لا تُملأ أسطر عمود رابطها الأساسي إلا بالقيمة 'ك'، مهما كانت الإسنادات الصدقية التي تأخذ 'ب'. وهذا ما يُظهره لنا جدولها الصدقي :

	ب	∧	ـــ	ب
1.	ص	ك	ك	ص
2.	ك	ك	ص	ك
		↑		

نفس الشيء نلاحظه في العبارة : ـــ [(ب ∧ جـ) ← جـ] التي يكون جدولها الصدقي على الشكل التالي :

	ـــ	[(ب ∧ جـ)	←	جـ]
1.	ك	ص	ص	ص
2.	ك	ك	ص	ك
3.	ك	ك	ص	ص
4.	ك	ك	ص	ك
	↑			

تعريف التناقض بهذا المعنى لا يمنع منه وجود القيمة 'ص' في أحد الأعمدة أو الأسطر التي لا يشملها الرابط الأساسي. لاحظ مثلاً أن عمود '←' فيها يضم 'ص' في كل أسطره، ومع

ذلك فإن القيمة الجُملية للعبارة التي يمثلها عمود الرابط الأساسي، وهو هنا رابط النفي، لم تحد عن 'ك'.

أما آخر مجموعة من عبارات اللغة ق فنسميها بالعبارات العارضة جدولياً ونضبط مفهومها بالتعريف الثالث التّالي :

$ت_3$

تكون العبارة ب من اللغة ق عارضة جدولياً إذا وفقط إذا لم تكن صحيحة ولا تناقضية.

إن العبارة '[(ب ٨ جـ) ٧ ب]' التي يعطينا عمود رابطها الأساسي القيم 'ص، ص، ك، ك' عبارة عارضة وذلك لكونها لم تلب مطلب تعريف الصحة كما لم تلب مطلب تعريف التناقض.

إن التعاريف الثلاثة الماضية تسمح بوضع النتائج :

$ن_1$

يكفي أن يضم عمود الرابط الأساسي في ب القيمة 'ك' مرة واحدة على الأقل لكي تكون العبارة غير صحيحة.

$ن_2$

يكفي أن يضم عمود الرابط الأساسي في ب القيمة 'ص' مرة واحدة على الأقل لكي تكون العبارة غير تناقضية.

تساعد هاتان النتيجتان على تشييد جداول صدقية مختصرة لبعض العبارات. ولا تبتّ هذه الجداول الناقصة مباشرة في الصحة أو في التنافض، بل كل ما تخبر به أن العبارة ليست صحيحة أو أنها ليست تناقضية. والعبارة غير الصحيحة قد تكون عارضة أو تناقضية. والعبارة غير التناقضية قد تكون صحيحة أو عارصة.

فللبت في عدم صحة العبارة '[(ب ٨ جـ) ٧ جـ]' نُشيّد جدولاً مختصراً لها وذلك بالإنطلاق من إفتراض كون الرابط الأساسي يحتمل القيمة 'ك' :

(ب ٨ جـ) ٧ جـ
ك

ولكي يحصل هذا يجب بناءً على تعريف الفصل '٧' أن يكون '(ب ٨ جـ)' كاذباً و'جـ' كاذباً كذلك :

(ب ٨ جـ) ٧ جـ
ك ك ك

أخيراً ليكذب المفصول الأول الذي هو وصل يكفي أن يكون أحد المتغيرين كاذباً حتى لو صدق الآخر :

(ب ٨ جـ) ٧ جـ
ص ك ك ك ك

إن هذا السطر الوحيد كاف للبت في عدم صحة العبارة الماضية. وبالمثل فإن افتراض كون الرابط الأساسي فيها صادق وما ينتج عن هذا الافتراض من ملء السطر بالاعتماد على قواعد الروابط كافٍ للبت في عدم تناقضها :

(ب ٨ جـ) ٧ جـ
ص ص ص ص ص

إن ما يهمنا بالأساس هو إمكانية تشييد سطر واحد خاضع لقواعد الروابط دون الوقوع في إسناد مُتعاندٍ للقيم إلى نفس المتغير.

باعتماد ($ت_3$) وعلى ضوء المثال الماضي نضع النتيجة :

$ن_3$

إذا تحقق للعبارة ب من اللغة ق وجود سطرين أحدهما يحتوي على 'ص' والآخر على 'ك' تحت الرابط الأساسي، كانت ب عبارة عارضة.

نتقدم الآن خطوة أخرى ونحاول فحص المثال الجديد :

(ب	∧	جـ)	←	جـ
ص	ص	ص	ص	ص

لقد تمكنا من تشييد سطر واحد احتمل فيه الرابط الأساسي قيمة الصدق، لنرى ماذا سيحدث لو افترضناه كاذباً :

(ب	∧	جـ)	←	جـ
ص	ص	ص	ك	ك
1	2	3	4	5

لقد وصلنا في نفس السطر إلى إسناد قيمتين متعاندتين لنفس المتغير 'جـ' إذ أخذ في العمود 3 القيمة 'ص' في نفس الوقت الذي أخذ فيه القيمة 'ك' في العمود 5 وهذا من باب المحال بالنسبة للغة ق. ومن ثمة يستحيل على هذه العبارة أن تأخذ القيمة 'ك' في أي سطر من أسطر جدولها الصدقي، الأمر الذي يجعلها تلبي مطلب (ت$_1$)، أي أنها عبارة صحيحة ويكون لنا :

ن$_4$

تكون العبارة ب من اللغة ق صحيحة جدولياً إذا وفقط إذا امتنع وجود القيمة 'ك' في عمود رابطها الأساسي.

ن$_5$

تكون العبارة ب من اللغة ق تناقضية جدولياً إذا وفقط إذا امتنع وجود القيمة 'ص' في عمود رابطها الأساسي.

تؤسس هذه النتائج مجتمعة طريقة آلية للبت بصدد الصحة والتناقض والعرضية، يُطلق عليها إسم **جداول الصدق المختصرة**.

فإن كان المقصود هو البت في الصحة، نعتمد (ن$_4$)، وذلك بافتراض كذب العبارة ب وفحص ما ينتج عن هذا الافتراض بتطبيق قواعد الروابط؛ فإن وصلنا إلى أن نفس المتغير أو

نفس الرابط قد يحتمل في نفس الوقت وفي نفس السطر القيمة 'ص' والقيمة 'ك' فهذا معناه خطأ افتراضنا. وعليه فالعبارة ب صحيحة تحقق التعريف (ت$_1$).

مثال

المطلوب البت في صحة العبارة [(ب ← جـ) ٨ ب] ← جـ'

[(ب $\overset{3}{\leftarrow}$ جـ) $\overset{2}{٨}$ ب] $\overset{1}{\leftarrow}$ جـ

الخطوة الأولى . . . . ك . . . . إذا كان ← = ك ف :

الخطوة الثانية . . . . ص . . . . ك إذا كان $\overset{2}{٨}$ = ص ف :

الخطوة الثالثة . . . . . ص . . . . ص . . . . إذا كان $\overset{3}{\leftarrow}$ = ص ف :

إما الخطوة الرابعة . . . ك . . . . ك

أو الخطوة الخامسة . . . ص . . . . ص

أو الخطوة السادسة . . . ك . . . . ص

في الحالات الثلاثة الأخيرة وصلنا إلى تناقض، فهو في الخطوة الرابعة كذب 'ب' وصدقها في نفس التأويل؛ وهو في الخطوة الخامسة صدق 'جـ' وكذبها في نفس التأويل؛ وهو في الخطوة السادسة ما كان عليه في سابقتها. ويمكن رؤية هذه التناقضات عندما نعيد كتابة السطر الصدقي هكذا :

[(ب ← جـ) ٨ ب] ← جـ
ك ص ك ص **ص** ك ك

[(ب ← جـ) ٨ ب] ← جـ
ص ص ص **ص** ص ك ك

نستخلص إذن أن افتراضنا كاذب وأن العبارة صحيحة جدولياً.

أمـا إذا كـان المقصود هو تبيُّن التنـاقض، فنعتمـد على النتيجـة (ن$_5$)، وذلـك بـافتراض صـدق العبارة ب وفحص مـا ينتج عن هـذا الافتراض بتطبيق قواعـد الروابـط، فـإن وصلنـا إلى أن نفس المتغير أو نفس الرابط قد يحتمل في نفس السطر القيمـة 'ص' والقيمـة 'ك'، فـإن معنى هذا هو خطأ افتراضنا، وعليه فإن العبارة ب عبارة تناقضية تحقق التعريف (ت$_2$).

مثال :

المطلوب تبيُّن تناقضية العبارة '[(ب ← حـ) ٨ ب] ٨ ¬ جـ'

[(ب ← جـ) ٨ ب] ٨ ¬ جـ
ص ص **ص** ص ص ص ص ك

لقد وصلنـا إلى أن المتغير 'جـ' يحتمل في نفس السطر القيمـة 'ص' و 'ك' وعليـه فـافتراضنـا خاطئ والعبارة من ثمة تناقضية.

تمارين :

باعتمادك على الجداول المختصرة اختبر صحة العبارات التالية :

أ. { [ب ٨ (ب ← جـ)] ٨ [(د ↔ جـ) ٨ (د ↔ هـ)] } ← هـ

ب. { (جـ ٨ د) ٨ { [د ٧ (ب ٨ جـ)] ← هـ } } ← (جـ ٧ هـ)

حـ. { [(ب ٨ ¬ جـ) ← ¬ د] ٨ [(هـ ٨ ¬ جـ) ٨ (جـ ٨ د)] } ← ¬ ب

2.4.5. اللزوم والتلازم جدولياً

تفتتح أغلب كتب المنطق الحديث كلامها عن اللزوم بتوضيحها أن الغاية الأساسية التي يهدف إليها المنطق هي وضع القواعد والقوانين وكذا التقنيات الضرورية لمعرفة أن عبارة ما تنتج عن عبارة ثانية. أو بتعبير آخر أن الهدف الأساسي للمنطق يكمن في وضع القواعد الضرورية والكافية التي تجعلنا ندرك بطريقة مضمونة أن العلاقات التي تقوم بين مقدمات استدلالاتنا ونتائجها علاقات صحيحة. وصحة هذه العلاقة بين المقدمات والنتائج هي ما نصطلح على تسميته هنا بعلاقة اللزوم. وهكذا نقول عن 'أحمد يدرس المنطق' أنها تنتج عن، أو تلزم عن، أو نتيجة منطقية للمقدمة : 'أحمد يدرس المنطق ومحمد يدرس الفزياء'. ومعنى لزومها عنها منطقياً أنه من المستحيل أن تصدق المقدمة في نفس الوقت الذي تكذب فيه النتيجة. فالإستدلال الذي كلما صدقت مقدماته إلا وصدقت نتيجته، استدلال صحيح. وفي الاستدلال الصحيح تكون العلاقة التي تربط المقدمات بالنتيجة علاقة لزومية. وننبّه هنا إلى أن العلاقة الموجودة بين المقدمات والنتيجة ليست علاقة مادية متحققة داخل اللغة التي يصاغ بها الاستدلال، بل إنها علاقة صورية بين مجموعتين : مجموعة المقدمات، ومجموعة النتائج. ولتتضح لك هذه العلاقة، استحضر في ذهنك التمييز الذي أقمناه بين مستويات اللغة؛ فعادة ما يصاغ الاستدلال باللغة الشيئية، لكن اللزوم (والتلازم) يندرج في المستوى الماورائي للغة. ويكون موضوع هذا المستوى ليس الأشياء وإنما تلك اللغة الشيئية. وكنتيجة لهذا التمييز يجب الفصل بين الاستدلال وبين اللزوم من جهة وبين الشرط وبين اللزوم من جهة أخرى. إن هذا التنبيه يجنّبنا من الوقوع في عدد من المجادلات التي يثيرها في أغلب الأحيان توحيد المصطلح بين الشرط واللزوم. لهذه الغاية ندخل الرمز التّالي '$\models$' ونكتب 'ب $\models$ جـ'؛ حيث 'ب' متغير ماورائي للمقدمة أو المقدمات، وحيث 'جـ' متغير ما ورائي للنتيجة أو النتائج،ونقرأ 'ب تستلزم جـ' أو'جـ تلزم عن ب'. إن'$\models$ ' ليس رابطاً قضوياً يربط قضايا بقضايا لتشكيل قضايا، بل هو علاقة بين صور القضايا فهو بالتّالي رمز ما ورائي.

تعريف اللزوم

تلزم جـ عن ب$_0$ ، ب$_1$ ، ... ، ب$_n$ إذا وفقط إذا في كل سطر جدولي صدقت فيه ب$_0$ ، ب$_1$، ... ، ب$_n$ تصدق فيه جـ أيضاً.

لنفرض الآن أن النتيجة هي '(ب ∧ جـ)' وأن المقدمات هي '(ب ← جـ)' ب، جـ، فإن :

{ (ب ← جـ)، ب، جـ } ⫤ {(ب ∧ جـ)}

تريد أن تقول إن المجموعة { (ب ← جـ)، ب، جـ} تستلزم جدولياً {(ب ∧ جـ) } . وللتأكد من هذا ما علينا إلا جرد أسطر الجدول الصدقي لها ومقارنة مجموع القيم التي يحملها كل سطر سطر على حدة :

	(ب ← جـ)	ب	جـ	ب ∧ جـ
.1	ص	ص	ص	ص
.2	ك	ص	ك	ك
.3	ص	ك	ص	ك
.4	ص	ك	ك	ك

ففي هذا الجدول، لم يحدث ولو في سطر واحد أن كانت كل المقدمات صادقة وكذبت النتيجة. وعلى خلاف ذلك، لاتقوم علاقة اللزوم بين المجموعة { (ب ← جـ) } وبين المجموعة {ب} ؛ إذ أن جدوليهما الصدقيين يعطيان :

	ب ← جـ	ب
.1	ص	ص
.2	ك	ص
.3	ص	ك
.4	ص	ك

لاحظ أنه في السطرين 3 و 4، صدقت المقدمة بينما كذبت النتيجة. وعليه فإن '(ب ← جـ)' لاتستلزم 'ب'.

وما دمنا نتحدث عن المقدمة أو المقدمات باعتبارها مجموعة، وما دامت المجموعة يمكنها أن تحتوي على عنصر واحد كما في هذا المثال أو أكثر من واحد كما في المثال الذي سبقه،

فيمكنها أيضاً أن تكون مجموعة فارغة $\{ \emptyset \}$. وعليه فيمكننا أن نكتب ⊨ جـ، أي أن النتيجة جـ تلزم عن مجموعة فارغة من المقدمات :

$$\emptyset \models \text{جـ}$$

وليتحقق هذا يجب أن تكون جـ عبارة صحيحة ذلك أن العبارات الصحيحة والصحيحة فقط هي التي تلزم عن مقدمات فارغة. ولعلك أدركت السبب مادامت العبارة الصحيحة لايمكنها أبداً أن تحمل ولو 'ك' واحدة في عمود رابطها الأساسي.

أما في الحالة التي تكون فيها مجموعة المقدمات تحتوي على عنصر واحد، فيكون لنا :

$$\text{ب} \models \text{جـ إذا وفقط إذا} \models \text{ب} \rightarrow \text{جـ}$$

وهذا يعني أنه إذا كانت المقدمة تستلزم النتيجة، فإن العبارة الشرطية المكونة من مقدم هو مقدمة اللزوم وتالٍ هو نتيجة اللزوم، عبارة صحيحة؛ وإذا كانت هذه العبارة صحيحة، فإن المقدمة ب تستلزم النتيجة جـ. وإذا كان اللزوم علاقة ما ورائية والشرط علاقة شيئية، فمع ذلك ففي اللحظة التي يكون فيها الشرط صحيحاً نُخبرَ بأن هناك علاقة لزومية بين المقدمات والنتائج التي تحولت إلى مقدم وتالٍ. فما اللزوم إذن على مستوى اللغة الشيئية إلا صحة الشرط؛ وفي هذه الحالة ـ حالة الصحة ـ من المستحيل أن يضم عموده الصدقي ولو مرة واحدة القيمة 'ك' في أحد أسطره. ومعلوم أنه ليكذب ـ أي الشرط ـ وجب صدق المقدم وكذب التّالي. وما دام صحيحاً فلا يمكنه أن يكذب، أي من المستحيل أن يكون المقدم صادقاً والتّالي كاذباً. وهذا بالضبط ما يقوله تعريف اللزوم.

أما في الحالة التي تكون فيها مجموعة المقدمات تحتوي على أكثر من عنصر، فإنه يكون لنا :

$$\text{ب}_0\text{، ب}_1\text{، ... ، ب}_\text{ن} \models \text{جـ إذا وفقط إذا}$$

$$\models (\text{ب}_0 \wedge \text{ب}_1 \wedge \ldots \text{ب}_\text{ن}) \rightarrow \text{جـ}$$

وبالفعل فإن هذه الصياغة تقول لنا أنه إذا استلزمت مجموعة من المقدمات تتكون من أكثر من عنصر النتيجة جـ، فإن الشرط المكون مقدمه من وصل تلك المقدمات وتاليه من النتيجة شرط صحيح؛ وإذا كان هذا الشرط صحيحاً فإنّ هذه المجموعة من المقدمات $\{$ب$_0$، ب$_1$، ...

... ، ب$_ن$ } تستلزم النتيجة جـ. فلنا إذن أن نبرهن على :

1 ـ إذا كان ب$_0$، ب$_1$، ... ، ب$_ن$ $\models$ جـ فإن $\models$ (ب$_0$ $\wedge$ ب$_1$ $\wedge$ ... $\wedge$ ب$_ن$) $\rightarrow$ جـ

2 ـ إذا كان $\models$ (ب$_0$ $\wedge$ ب$_1$ $\wedge$ ... $\wedge$ ب$_ن$) $\rightarrow$ جـ فإن ب$_0$، ب$_1$، ... ، ب$_ن$ $\models$ جـ.

برهان 1

إذا كانت مجموعة المقدمات الأكثر من 1 تستلزم النتيجة ‹جـ› فهذا معناه أنه كلما صدقت ب$_0$، ب$_1$، ... ب$_ن$ صدقت ‹جـ›. ولتصدق ب$_0$، ب$_1$، ...، ب$_ن$ مجتمعة لزم صدق (ب$_0$ $\wedge$ ب$_1$ $\wedge$ ... $\wedge$ ب$_ن$). وما دامت ‹جـ› لازمة عن هذه المجموعة من المقدمات فإنه من المستحيل أن تصدق (ب$_0$ $\wedge$ ب$_1$ $\wedge$ ... $\wedge$ ب$_ن$) وتكذب ‹جـ›؛ فيتبت لنا إذن :

$\models$ (ب$_0$ $\wedge$ ب$_1$ $\wedge$ ... $\wedge$ ب$_ن$) $\rightarrow$ جـ

برهان 2

إذا كانت ‹ $\models$ (ب$_0$ $\wedge$ ب$_1$ $\wedge$ ... $\wedge$ ب$_ن$) $\rightarrow$ جـ› عبارة شرطية صحيحة، فهذا معناه استحالة صدق المقدم مع كذب التّالي. ولصدق المقدم وهو هنا وصل لزم صدق كل موصولاته، وهي هنا ب$_0$، ب$_1$، ... ، ب$_ن$، واستحالة كذب التّالي وهو هنا جـ، أي أنه لا يوجد هناك أي سطر تصدق فيه المجموعة { ب$_0$، ب$_1$، ... ، ب$_ن$ } وتكذب فيه {جـ} . وهذا يؤدي بنا إذن إلى :

ب$_0$، ب$_1$، ... ، ب$_ن$ $\models$ جـ

التلازم

إن كان التشارط بوصفه رابطاً قضوياً هو الشرط المتبادل (شرط وعكسه)، وإن اتضح لنا من خلال الفقرة الماضية طبيعة العلاقة بين اللزوم والشرط باعتبار كون اللزوم ما هو في نهاية التحليل إلا الشرط الصحيح، فإننا نقول الآن إن التلازم ما هو إلا لزوم متبادل (لزوم وعكسه)، وإنه يناظر على مستوى اللغة الشيئية التشارط الصحيح. ونعرفه :

تعريف التلازم

تكون العبارة ب متلازمة جدولياً مع جـ إذا وفقط إذا في كل سطر سطر من أسطر أعمدتهما الصدقية كانت قيمهما متطابقة.

وبتعبير آخر، نقول عن العبارة 'ب' أنها متلازمة جدولياً مع العبارة 'جـ' إذا وفقط إذا كلما صدقت 'ب' صدقت 'جـ' أو العكس. لتكن 'ب' هي '(ب ← جـ)' ولتكن 'جـ' هي '(~ ب ∨ جـ)' ، فلمعرفة ما إذا كان هناك تلازم بينهما ما علينا إلا مقارنة جدوليهما، فإن اتفقت أسطر أعمدة جدوليهما في الصدق وفي الكذب، قلنا إن 'ب' متلازمة جدولياً مع 'جـ' وهكذا :

	ب ← جـ	~ ب ∨ جـ
.1	ص	ص
.2	ك	ك
.3	ص	ص
.4	ص	ص

ومن مقارنة أسطر العبارتين سطراً سطراً، نجد أن لا واحد فيها يحمل قيماً مختلفة. ومن ثمة فـ '(ب ← جـ)' متلازمة جدولياً مع '(~ ب ∨ جـ)'.

بصفة عامة نقول إن العبارات القضوية التي لها نفس العمود الصدقي تتلازم جدولياً.
عندما نرمز للتلازم بالعلامة '⊨ ⫤' نضع :

ب ⊨ ⫤ جـ إذا وفقط إذا ⊨ ب ↔ جـ

فلإثبات التّلازم بين عبارتين، ما علينا إلا ربطهما برابط التشارط واختبار صحّته؛ فإذا كان هذا التشارط صحيحاً فإن هذا يعني أن العبارتين متلازمتان.

تمارين :

1. هل تستلزم المقدمات (ب ← جـ) ٨ (جـ ← د)

النتيجة .... (ب ← د)

وهل تستلزم .... (جـ ٨ د)

[د ٧ (ب ٨ جـ)] ← هـ

النتيجة .... (جـ ٧ هـ)

2. تأكد من تلازم .... (ب ← جـ) و (ـــ ب ٧ جـ)

(ب ٨ جـ) و ـــ (ـــ ب ٧ ـــ جـ)

(ب ↔ جـ) و (ـــ ب ٧ حـ) ٨ (ـــ جـ ٧ ب)

الفصل السادس

طرق البت في منطق القضايا :

التحليل الصدقي

1.6. تمهيد

نُدخِل فيما يلي طريقة أخرى للبت تمتاز على سابقتها بقدرتها على اقتصاد المجهود المطلوب لتقويم العبارات في اللغة ق؛ ذلك أن جداول الصدق تصبح غير عملية ومرهقة ميكانيكياً عندما يتضخم عدد المتغيرات. فلو كان لنا مثلاً 4 متغيرات قضوية نكون مطالبين بتشييد جدول من 16 سطراً. أما لو كان العدد هو 6 متغيرات فنحتاج لـ 64 سطراً. أضف إلى كل هذا أننا ملزمون بإتمام الجدول إذا أردنا معرفة القيمة الجُملية للعبارة المطلوب تقويمها. تحاول طريقة التحليل الصدقي تجاوز هذه الصعوبات قصد الوصول إلى اقتصاد أكثر للمجهود والوقت.

إن الإمساك بهذه الطريقة والسيطرة على قواعدها يتوقف في البدء على استحضار دائم لقواعد الروابط القضوية التي تمّت لنا دراستها سابقاً.

ولعل الشبه الذي يجمعها بالطرق الجبرية في الحساب الإبتدائي كفيل بتيسير الشروع في تعلمها. ففي الجبر الإبتدائي نكون أمام ثلاثة حالات لمعرفة قيم عبارة تتكون من أكثر من مجهول.

الحالة الأُولى :

لتكن الصيغة '(س + ص) × ع' التي نعلم أن القيم العددية لمجاهليها الثلاثة 'س، ص، ع' هي على التوالي 2، 3، 4. فلا شك أننا سنحسب قيمتها الجُملية بإحلالنا القيم العددية لكل مجهول

ص ١٤٧

على حدة أولاً، ثم نطبق قواعد الجمع والضرب ثانيا :

1.	(س + ص) × ع	
2.	(2 + 3) × 4	إحلال القيم العددية
3.	5 × 4	قاعدة الجمع
4.	20	قاعدة الضرب

في منطق القضايا يمكننا أن نقوم بعمل مماثل وذلك بإسناد قيم المتغيرات المعروفة. وهكذا لو كنا على علم بقيم 'ب، جـ، د' في العبارة '(ب ∧ حـ) ← د' على أساس أنها هي 'ص، ص، ك' أمكننا حساب القيمة الصدقية للعبارة ككل. وذلك بإحلال القيم محل المتغيرات أولاً ثم حساب القيمة الجُملية بالاعتماد على قواعد الروابط القضوية :

1.	(ب ∧ جـ) ← د	
2.	(ص ∧ ص) ← ك	إحلال القيم الصدقية
3.	ص ← ك	قاعدة الوصل
4.	ك	قاعدة الشرط

الحالة الثانية :

يحصل أحياناً أن نتوفر على قيمة عددية لمجهول واحد فقط، ومع ذلك نستطيع حساب القيمة العددية الجُملية للصّيغة الجبرية ككل، فعندما نُسند لـ 'س' القيمة '0' في الصيغة (س × ص) × (ع + م)، يكون بإمكاننا معرفة قيمة الصيغة ككل. بغض النظر عن قيم 'ص' و 'ع' و 'م' :

1.	(س × ص) × (ع + م)	
2.	(0 × ص) × (ع + م)	إحلال قيمة س
3.	0 × (ع + م)	قاعدة الضرب
4.	0	قاعدة الضرب

قيمة 'س' وحدها كافية في هذه الحالة للوصول إلى تقويم العبارة دون المرور بكل قيم المجاهيل الأُخرى، الأمر الذي يختصر كثيراً مجهودنا لمعرفة النتيجة.
أمر شبيه بهذا نجده في منطق القضايا. فلو أسندتُ للمتغير 'ب' في العبارة '(ب ٨ جـ) ٨ (د ـــ◄ هـ)' القيمة 'ك'، لتوصلتُ وبدون الالتجاء إلى قيم باقي المتغيرات إلى حساب القيمة الجملية للعبارة :

1. (ب ٨ جـ) ٨ (د ـــ◄ هـ)	
2. (ك ٨ جـ) ٨ (د ـــ◄ هـ)	إحلال قيمة ب
3. ك ٨ (د ـــ◄ هـ)	قاعدة الوصل
4. ك	قاعدة الوصل

الحالة الثالثة :

وقد يحصل وعلى خلاف الحالة الثانية أن نتوفر على قيمة متغير واحد ومع ذلك لانستطيع حساب القيمة الجملية للعبارة المكوّنة من أكثر من متغير إلا بعد معرفة قيمة المتغير (أو المتغيرات) المتبقية. في هذه الحالة تكون القيمة الجُملية للعبارة متوقفة على قيمة المتغير (أو المتغيرات) المتبقية. ففي الصيغة التالية :
[(س × ص) × م] + ع لو علمنا أن قيمة س = 0 فإنه يكون لنا :

1. [(س × ص) × م] + ع	
2. [(0 × ص) + م] + ع	إحلال قيمة س
3. [0 × م] + ع	قاعدة الضرب
4. 0 + ع	قاعدة الضرب
5. ع	قاعدة الجمع

إن القيمة الجُملية لهذه الصيغة تتوحد بقيمة 'ع' في اللحظة التي تكون فيها 'س = 0'؛ وهذا الكلام يعني أن قيمة الصّيغة ككل هي عينها قيمة 'ع'. إن ما نعاينه هنا يُناظر ما نجده في اللغة ق، فلو كانت قيمة 'د' في العبارة '[(ب ٧ جـ) ـــ◄ د] ٨ هـ' هي 'ص'، فإن القيمة

الصدقية الجمْلية للعبارة تتوحد بقيمة 'هـ' كما يُبيّن لنا الحساب التّالي :

.1	[(ب ٧ جـ) ← د] ٨ هـ	
.2	[(ب ٧ جـ) ← ص$_1$] ٨ هـ	إحلال قيمة د.
.3	ص ٨ هـ	قاعدة الشرط
.4	هـ	قاعدة الوصل

فلو كانت 'هـ' صادقة، تكون القيمة الجُملية للعبارة هي الصدق، ولو كانت كاذبة تكون قيمة العبارة هي الكذب.

لعلك أدركت الآن أن ما يُميز الحالة الأُولى عن الحالتين الثانية والثالثة؛ أننا في الأُولى نكون ملزمين بإسناد قيم كل المتغيرات للتمكن من حساب القيمة الجُملية للعبارات. لكننا في الحالتين الثانية والثالثة نكتفي باختيار متغير واحد ونُسند له قيمة صدقية معينة، وبهذا فنحن نصل إما إلى القيمة الجملية دون الالتجاء إلى معرفة قيم باقي المتغيرات التي تُكوّن العبارة، وإمّا نحصل على متغير واحد أو أكثر تتوحد قيمته أو قيمها بالقيمة الجملية للعبارة. وبشكل عام جداً نقول، إن ما يُميز طريقة التحليل الصدقي عن طريقة جداول الصدق غير المختصرة هو ما يُميز الحالة الأُولى عن الحالتين الثانية والثالثة. إذ نلجأ دوماً في جداول الصدق غير المختصرة إلى إسناد القيم الممكنة لكل متغيرات العبارة، بينما لا نحتاج في طريقة التحليل الصدقي إلا لقيمة متغير واحد في كل خطوة، وندرس ما يترتب عن إسناد قيمة معينة له من نتائج، كما فعلنا في الحالتين الثانية والثالثة. بهذا نكون قد أبرزنا معنى اقتصاد مجهود التقويم الذي أشرنا إليه في مطلع هذا الدرس. لنمر الآن إلى الخطوات المتقنية التي ينبغي إتباعها.

2.6. استراتيجية التحليل

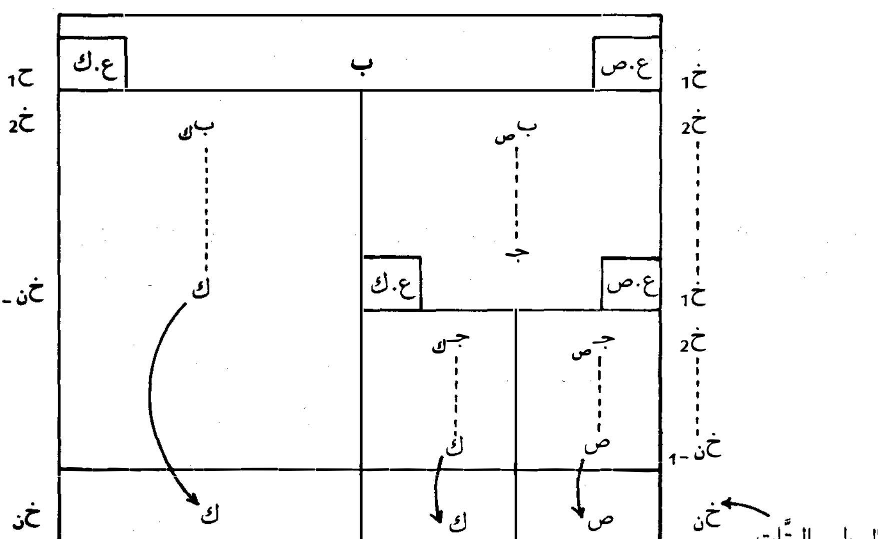
للتمكن من التحليل الصدقي للعبارات نحتاج لمجموعة من الخطوات ندرجها على الشكل التالي :

1. خطوة$_1$ (خ$_1$) تحت العبارة 'ب' المراد تحليلها صدقياً شيّد عمودين أحدهما للصدق والآخر للكذب [(ع.ص) - (ع.ك)].

2. خطوة$_2$ (خ$_2$) في عمود الصدق، عوض عن أحد المتغيرات (ويُستحسن أن يكون هو المتغير الذي يتكرر أكثر من غيره) بالقيمة 'ص' في كل مواقعه؛ وفي عمود الكذب عوض عن نفس المتغير بالقيمة 'ك' في كل مواقعه.
3. خطوة$_3$ (خ$_3$) طبق قاعدة التقويم المناسبة حيثما ظهر الرابط الذي يخضع لها. واحترم مدى الروابط في العبارة.
4. خطوة$_{ن-1}$ (خ$_{ن-1}$) إذا طبقت القاعدة أو القواعد المناسبة ووصلت إلى 'ص' أو إلى 'ك' فتوقف. أما لو حصلت على عبارة خالية من 'ص' أو من 'ك' فابدأ من جديد بـ(خ$_1$)، إلى أن تصل وتحقق (خ$_{ن-1}$).
5. خطوة$_ن$ (خ$_ن$) بعد استنفاد تطبيق الخطوات من 1 إلى ن - 1، قم بنقل النتائج النهائية وسجلها في السطر البتات.

ملاحظة :

لا يمكن أن يوجد هناك سطر بتات إلا بعد الحصول على 'ص' أو 'ك' في كل الأعمدة.



ترسيمة محتملة لإحدى العبارات 'ب'، توضح مفاصل التحليل الكبرى.

3.6. قواعد التقويم التحليلي

وهي القواعد التي بدونها لا يمكن إنجاز الخطوة₃ في استراتيجية التحليل.

1.3.6. قاعدتا الوصل (قٓ)

إذا كان............ ص ٨ ب(1)
أكتب............ ب (قٓ₁)

إذا كان............ ك ٨ ب(1)
أكتب............ ك (قٓ₂)

مثال :

لنحلل في حدود هذه القاعدة العبارة '(ب ٨ جـ) ٨ ب'. إن الخطوة الأولى تقول بتشييد عمودين تحت العبارة، أحدهما للصدق والآخر للكذب :

(ب ٨ جـ) ٨ ب

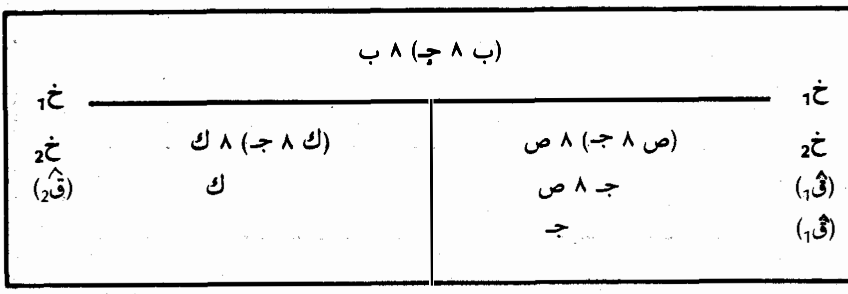
أما الخطوة الثانية فتقول بتعويض أحد المتغيرات الأكثر تردداً في عمود الصدق وفي كل مواقعه ب'ص' وفي عمود الكذب بـ 'ك' في كل مواقعه من العبارة. ليكن هذا المتغير هو 'ب' :

(ب ٨ جـ) ٨ ب

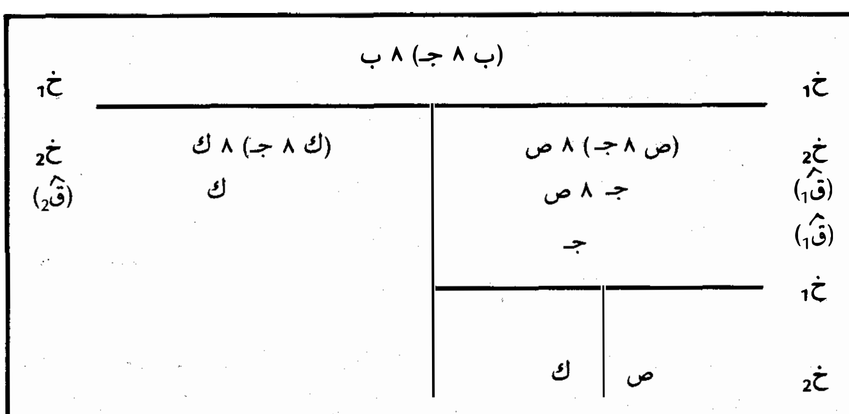
(ص ٨ جـ) ٨ ص	(ك ٨ جـ) ٨ ك

1) لتمتع الوصل بخاصية التبديل، لايهم أن تصاغ القاعدة على هذا الشكل أو على الشكل 'ب ٨ ص' و 'ب ٨ ك'
ص ك

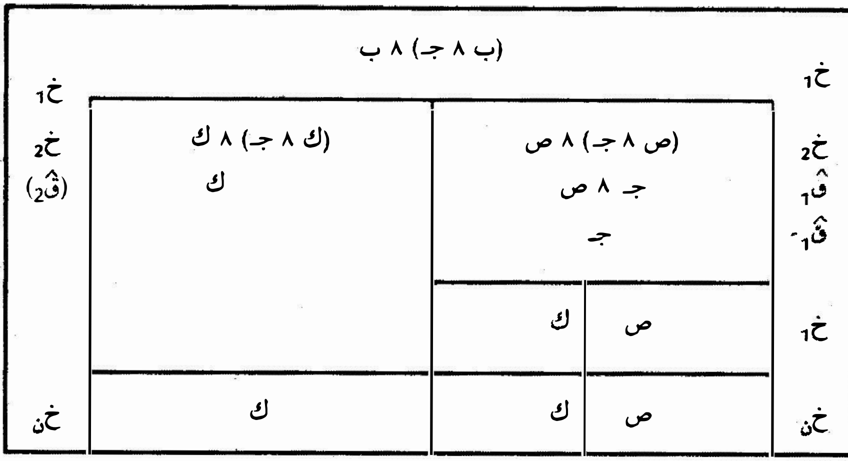
أما الخطوة الثالثة فتقول بتطبيق القاعدة المناسبة، وقاعدة التقويم المناسبة التي نتوفر عليها هنا هي (قً)، فيكون لنا :



أما الخطوة الرابعة (ن ـ 1) فتقول هنا بصدد عمود الكذب بضرورة التوقف وذلك لاستنفاذ إمكانية تطبيق قواعد التقويم، لكنها تقول بصدد عمود الصدق بضرورة البدء بالخطوة الأولى فيما يتعلق بالمتغير 'جـ' :



وتقول الخطوة الأخيرة (ن) بنقل النتائج النهائية إلى السطر البتّات وهكذا نصبح أمام التحليل الصدقي المكتمل :



2.3.6. قاعدتا الفصل (ق̌)

إذا كان............ ب ٧ ص[1]
أكتب............. ص
(ق̌$_1$)

إذا كان........... ب ٧ ك[2]
أكتب............. ب
(ق̌$_2$)

تقول لنا هذه القاعدة في (ق̌$_1$) إن الفصل الذي يكون أحد مفصولاته صادقاً، يؤول كله إلى الصدق. أما في (ق̌$_2$) فتقول إن الفصل الذي يكون أحد مفصولاته كاذباً، تؤول قيمته إلى قيمة المفصول الباقي. ويوضح لنا المثال التالي كيفية تطبيق هذه القاعدة.

2) لتمتع الفصل بخاصية التبديل، فإن ما يطال قاعدتي الوصل يطال قاعدتي الفصل أنظر هامش (1) ص. 64 أعلاه.

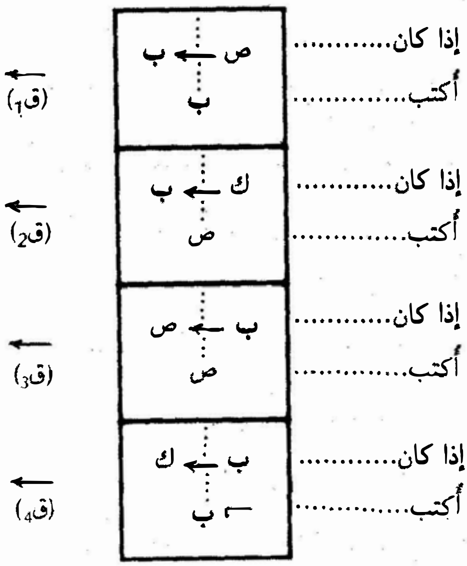
مثال :

لنحلل العبارة ’(ب ٨ جـ) ٧ ب‘

.1 خ$_1$	(ب ٨ جـ) ٧ ب		.1 خ$_1$
.2 خ$_2$	(ص ٨ جـ) ٧ ص	(ك ٨ جـ) ٧ ك	.2 خ$_2$
.3 (ق̌$_1$)	ص	(ك ٨ جـ)	.3 (ق̌$_2$)
		ك	.4 (ق̂$_2$)
خ$_ن$	ص	ك	خ$_ن$

لاحظ أنه بعد أن شيدنا عمودي الصدق والكذب في (خ$_1$) وهي الخطوة التي رقمناها في المثال برقم 1، قُمنا بعد ذلك في (خ$_2$) بالتعويض عن ’ب‘ ب ’ص‘ في عمود الصدق وب ’ك‘ في عمود الكذب فحصلنا على الصيغ المسجلة في السطرين المرقمين ب 2 في عمود الصدق وعمود الكذب. وفي السطر رقم 3 من العمود الأيمن طبقنا القاعدة (ق̌$_1$) على ’(ص ٨ جـ) ٧ ص‘ مما أدى بنا إلى الحصول على ’ص‘ التي سجلناها في نفس السطر. أما في السطر 3 من العمود الأيسر فقد قمنا بتطبيق القاعدة (ق̌$_2$) على الصيغة ’(ك ٨ جـ) ٧ ك‘ مما أدى بنا إلى الحصول على ’(ك ٨ جـ)‘ التي سجلناها في نفس السطر. ثم تابعنا تطبيق القواعد التقويمية في السطر 4 من عمود الكذب على الصيغة ’(ك ٨ جـ)‘؛ والقاعدة التي انطبقت هنا هي (ق̂$_2$) التي حصلنا بمقتضاها على ’ك‘ المسجلة في نفس السطر 4. ونظراً لاستنفاذ تطبيق قواعد التقويم، فلقد توقفنا طبقاً لـ (خ$_{ن-1}$)، وعليه فما بقي لنا إلا إنجاز (خ$_ن$) وذلك بنقل القيم المحصل عليها إلى السطر البتّات.

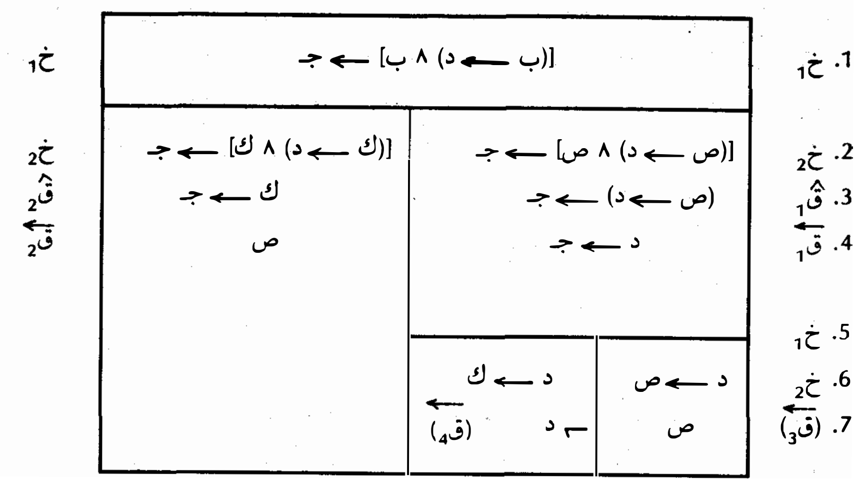
3.3.6. قواعد الشرط ($\overleftarrow{\text{ق}}$)



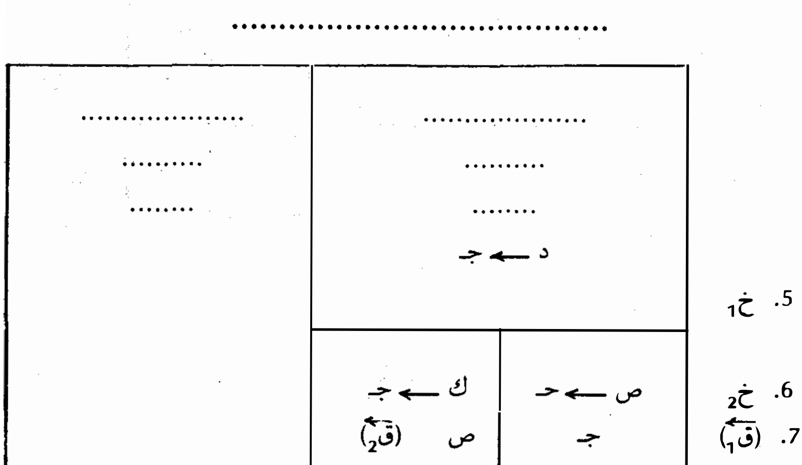
لا تخرج هـذه القواعـد الأربع عن تعريف رابـط الشرط في اللغـة ق، إذ سبـق لـك العلم بـأن الشرط الذي مقدمه كاذب أو تاليه صادق يكون شرطاً صادقـاً وهـذا بـالضبـط مـا تعطيـه لـك ($\overleftarrow{\text{ق}_2}$) و ($\overleftarrow{\text{ق}_3}$). أما في الشرط الذي يصدق مقدمه فإن القيمة الجُملية له تتعلق بالوقف على قيمة تاليه؛ والذي يكذب تاليه تتعلق قيمته الجُملية بـالوقف على نفي مقـدمـه. وهـذا مـا تعطيه ($\overleftarrow{\text{ق}_1}$) و ($\overleftarrow{\text{ق}_4}$).

مثال :

لنحلل صدقياً العبارة "[(ب ← د) ∧ ب] ← جـ



وقد تختار ابتداءً من الـسطر 6 المتغير 'د' لتعوضه تارة بالصـدق في عمود فرعي للصـدق وثارة بالكـذب في عمود فرعي للكـذب تقوم بتشييـدهمـا تحت العبـارة '(د ← جـ)'، فيكون لك :



في الحالتين معاً لم نصل إلى وضع السطر البتّات وذلك لأننا نحتاج لعمودين فرعيين جديدين في الحالة الأُولى أسفل "ـــ د" وفي الحالة الثانية أسفل "جـ". سنعطي التحليل المكتمل للعبارة طبقاً للحالة الثانية أما الحالة الأُولى ونظراً لتوقفها على قاعدة تقويمية لم ندخلها بعد، فسنؤجلها إلى الصفحة (72).

....

<table dir="rtl">
<tr><td></td><td colspan="3">..........
....
......
.....</td><td rowspan="3">..........
....
ص</td></tr>
<tr><td>8. (خ$_{1}$)</td><td colspan="2">.....
جـ</td><td rowspan="2">.....
ص</td></tr>
<tr><td>9.
(خ$_{2}$)</td><td>ص</td><td>ك</td></tr>
<tr><td>10. (خ$_{\text{ن}}$)</td><td>ص</td><td>ك</td><td>ص</td><td>ص</td></tr>
</table>

4.3.6. قاعدتا التشارط (ق↔)

إذا كان................ ص ↔ ب[1] ق↔$_1$
أكتب .... ب

إذا كان................ ك ↔ ب[3] ق↔$_2$
أكتب .... ¬ ب

إن صدق أحد المتشارطين يوقف قيمة التشارط على قيمة المتشارط الباقي، بينما كذب أحد المتشارطين يُعلِّق قيمة التشارط على نفي المتشارط الآخر.

التمثيل على هذه القاعدة نتركه لك كتمرين، فحلل إذن تحليلاً صدقياً هذه العبارة :

'(ب ↔ جـ) ↔ ب'.

5.3.6. قاعدتا النفي (ق¬)

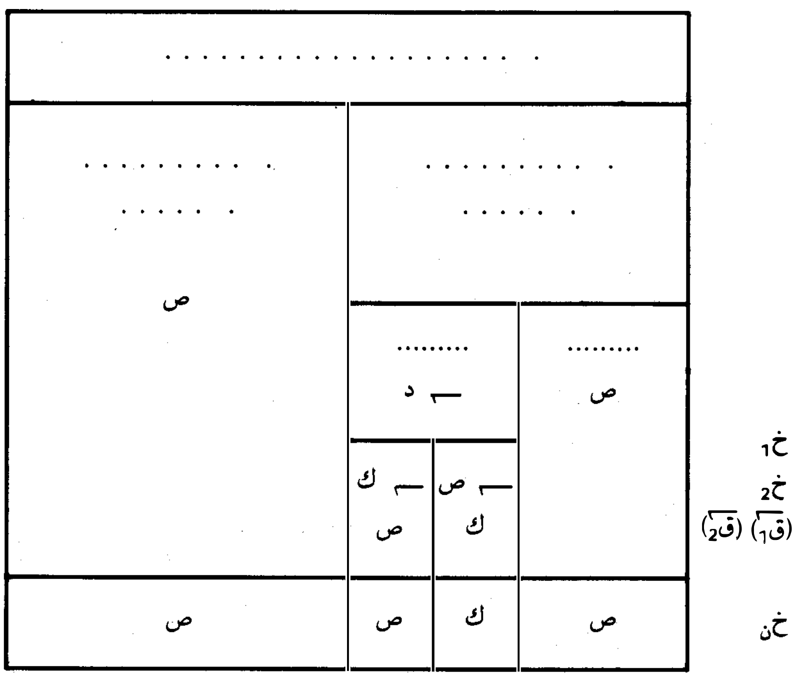
إذا كان.............. ¬ ص (ق¬$_1$)
أكتب .... ك

إذا كان.............. ¬ ك
أكتب............... ص (ق¬$_2$)

لعله واضح لك أن ما تقوله هاتان القاعدتان غير خارج عما تعرفه عن رابط النفي؛ فالصدق المنفي كذب، والكذب المنفي صدق.

3) أنظر الهامش (1) من الصفحة 64 أعلاه؛ فالتشارط تبديليٌّ مثله في ذلك مثل الوصل والفصل.

وعلى ضوء هذه القاعدة الجديدة نعود الآن إلى إتمام المثال الموجود بالصفحة 69 أعلاه :



تمارين :

حلل صدقياً، تارة بواسطة الاستراتيجية العامة وتارة بواسطة التحليل الصدقي الموسع (2.4.6. بعده)، العبارات التالية :

1. { [(¬ ب ← ¬ جـ) ∧ (¬ جـ ← ¬ د)] ∧ (¬ د ← ¬ ب) } ←
(ب ← جـ)

2. { [[(ب ∧ جـ) ∧ د] ∨ (¬ ب ← ¬ د)] ∧ (ب ← جـ) } ← (ب ↔ د)

4.6. نتائج التحليل

1.4.6. الصحة والتناقض والعرضية تحليلياً

لنقم الآن بتحليل صدقي للعبارات الثلاثة الآتية :

(ب ∨ ¬ ب)، (ب ∧ ¬ ب)، (ب ∧ جـ) :

(1)

.1	ب ∨ ¬ ب		$خ_1$
.2	ص ∨ ¬ ص	ك ∨ ¬ ك	$خ_2$
.3	ص		$(\check{ق}_{2/1})$ [(1)]
.4		¬ ك	$(\check{ق}_{2/2})$ [(1)]
.5		ص	$(\overline{ق}_{4/2})$ [(1)]
.6	ص	ص	$خ_ن$

1) إقرأ : قاعدة الرابط مطبقة على السّطر كذا الذي يظهر رقمه إلى أقصى اليسـار.
وهكذا فإن : $(ق_{2/1})$ تختصر : قاعدة الفصل الأُولى مطبقة على السطر رقم 2.

(2)

.1	(ب ٨ ¬ ب)		خ1
.2	ص ٨ ¬ ص	ك ٨ ¬ ك	خ2
.3	ص		(ق2/1)
.4		ك	(ق2/2)
.5	ك		(ق3/1)
	ك	ك	خن

(3)

.1	ب ٨ جـ			خ1
.2	ص ٨ جـ		ك ٨ جـ	خ2
.3	جـ			(ق2/1)
.4			ك	ق̂2/2
.5				(خ1)
.6	ص	ك		خ2
.7	ص	ك	ك	خن

من ملاحظة أسطرها البتّاتة نجد أن (1) لا يضم سطرها البتّات إلا القيمة 'ص'، بينما ضم سطر (2) القيمة 'ك' فقط، في حين نجد أن 'ص' و 'ك' حاضرتين معاً في السطر البتّات للعبارة (3).

نقول عن العبارة الأُولى (1) إنها عبارة صحيحة تحليلياً، ونضبط الصحة بالتعريف التالي:

ت$_1$

تكون العبارة ب من اللغة ق صحيحة تحليلياً إذا وفقط إذا لم يحتوي سطرها البتّات إلا على القيمة 'ص'.

ونقول عن العبارة الثانية (2) إنها عبارة تناقضية تحليلياً، ونعرّف التناقض تحليلياً :

ت$_2$

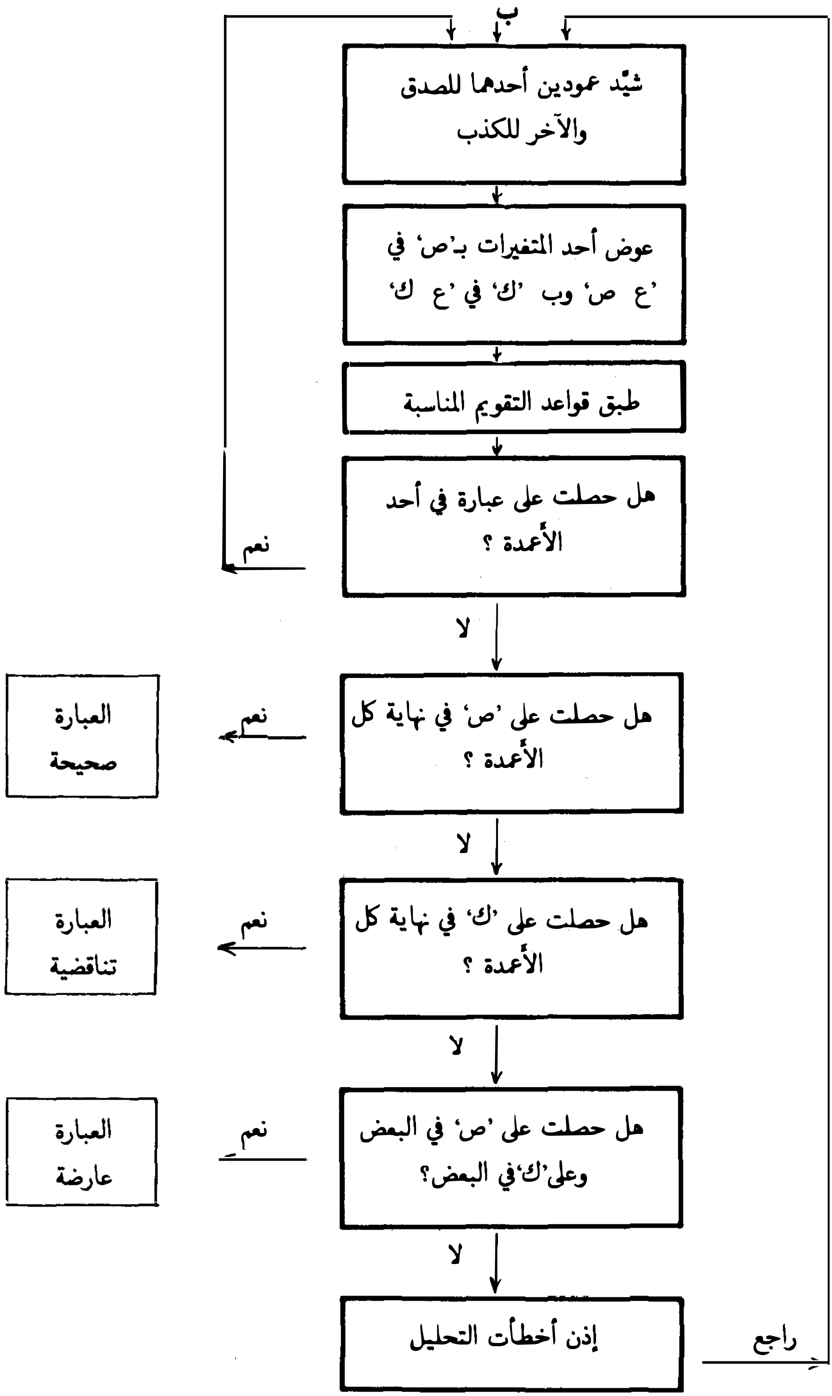
تكون العبارة ب من اللغة ق تناقضية تحليلياً إذا وفقط إذا لم يحتوي سطرها البتّات إلا على القيمة 'ك'.

أما العبارة الثالثة (3)، فنقول عنها إنها عبارة عارضة تحليلياً، ونعرّف العرضية تحليلياً :

ت$_3$

تكون العبارة ب من اللغة ق عارضة تحليلياً إذا وفقط إذا لم تكن صحيحة تحليلياً ولا تناقضية تحليلياً.

يوفر لنا التحليل الصدقي طريقة آلية لاختبار الصحة والتناقض والعرضية؛ والبرنامج التالي يساعدك على الإمساك بالاستراتيجية العامة لهذه الطريقة.

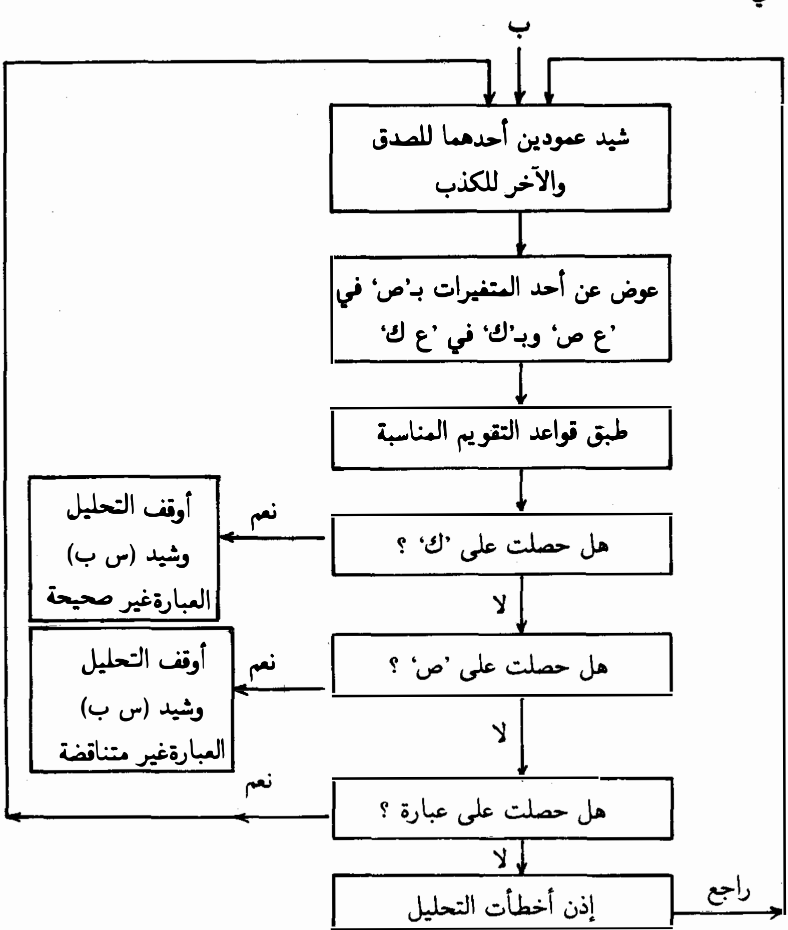

ب
شيّد عمودين أحدهما للصدق
والآخر للكذب
عوض أحد المتغيرات بـ'ص' في
'ع ص' وب 'ك' في 'ع ك'
طبق قواعد التقويم المناسبة
هل حصلت على عبارة في أحد
الأعمدة ؟
نعم
لا
هل حصلت على 'ص' في نهاية كل
الأعمدة ؟
نعم
العبارة
صحيحة
لا
هل حصلت على 'ك' في نهاية كل
الأعمدة ؟
نعم
العبارة
تناقضية
لا
هل حصلت على 'ص' في البعض
وعلى'ك'في البعض؟
نعم
العبارة
عارضة
لا
إذن أخطأت التحليل
راجع

إن التعاريف الثلاثة الماضية تسمح لنا باستخلاص النتائج التالية :

ن$_1$ يكفي أن يضم أحد الأعمدة التحليلية للعبارة ب القيمة 'ك' القابلة للنقل إلى السطر البتّات، لكي تكون العبارة غير صحيحة.

ن$_2$ يكفي أن يضم أحد الأعمدة التحليلية للعبارة ب القيمة 'ص' القابلة للنقل إلى السطر البتّات، لكي تكون العبارة غير تناقضية.

إن إدخال هاتين النتيجتين في الاعتبار يؤدي إلى تغيير في الاستراتيجية العامة للتحليل الصدقي :



على ضوء هذا البرنامج الجديد نقوم بالبتّ في عدم صحة العبارة التالية :

1.	[(ب ٧ جـ) ← د] ٨ ب		(خ_1)
2.	[(ص ٧ جـ) ← د] ٨ ص	[(ك ٨ جـ) ← د] ٨ ك	خ_2
3.		ك	$\hat{\text{ق}}_2$
4.		ك	$\text{خ}_{\text{ن}}$

بمجرد ما عوضتُ المتغير ’ب‘ بالقيمة ’ك‘ في عمود الكذب، وطبقتُ قاعدة الوصل ($\hat{\text{ق}}_2$) حصلتُ على ’ك‘ القابلة للنقل إلى السطر البتّات. وواضح لك أن القابلية للنقل إلى السطر البتّات ماهي إلا الخاصية التي تميز آخر قيمة في العمود التحليلي، بحيث أنه لاتوجد هناك أية إمكانية لتطبيق إحدى قواعد التقويم التحليلي. وعليه فإن العبارةً ’[(ب ٧ جـ) ← د] ٨ ب‘ عبارة غير صحيحة طبقاً للنتيجة (ن_1)، لذا فلا حاجة بي لإتمام تحليلها، إذ اكتفي بهذا القدر من المعالجة وأتوقف.

وبالمثل ففي :

1.	[(ب ٨ جـ) ← د] ٧ ب		خ_1
2.	[(ص ٨ حـ) ← د] ٧ ص	[(ك ٨ جـ) ← د] ٧ ك	خ_2
3.	ص		$\overset{\vee}{\text{ق}}_1$
4.	ص		$\text{خ}_{\text{ن}}$

فمبجرد ما عوضتُ ’ب‘ بالقيمة ’ص‘ في عمود الصدق، وطبقتُ قاعدة الفصل ($\overset{\vee}{\text{ق}}_1$) في السطر 3 حصلتُ على ’ص‘ القابلة للنقل إلى السطر البتّات؛ وعليه فإن عبارتي هذه ليست تناقضية طبقاً للنتيجة (ن_2). لذا فلا حاجة بنا لإتمام تحليلها.

ملاحظة :

على الرغم من فعالية هذا البرنـامج المبني على هـاتين النتيجتين، فـإنـه مع ذلك لا يوفر لنا إلا جواباً سالبـاً ينفع في دحض الصحـة أو دحض التنـاقض لا في إثباتهما. فهو بالتّالي لايُغني عن الالتجاء إلى الاستراتيجية العامة في حالة الإثبات المباشر للصحة أو التناقض.

2.4.6. التحليل الصدقي الموسع[1]

[إن توسيع دائرة القواعد التحليلية بإضافة مجموعتين جديدتين، يسمح بتسريع وإيجـاز التحليل الصدقي لبعض العبارات التي تتوفر فيها إمكانية تطبيقُ هذه القواعد الجديدة.

المجموعة الأُولى ونطلق عليها اسم **قواعد الاختصار التمهيدية.**

والمجموعة الثانية نطلق عليها اسم قواعد الصحة والتناقض الواضحين.

قواعد الاختصار التمهيدية

١. قاعدة القاسم المشترك (قامش)

إذا كان............	(ب ٨ جـ) ٧ (ب ٨ د)	(قامش$_1$)
أكتب............	ب ٨ (جـ ٧ د)	

إذا كان............	(ب ٧ جـ) ٨ (ب ٧ د)	(قامش$_2$)
أكتب............	ب ٧ (حـ ٨ د)	

---

1) يُمكن اعتبار هذه الفقرة مجرّد ملحق، لذلك أدخلناها ضمن المعقف المفتوح الذي سنغلقه في آخرها.

2. قاعدة الاختزال (قال)

إذا كان............
أكتب.............

ب ∧ (ب ∨ جـ)
ب

(قال$_1$)

إذا كان............
أكتب.............

ب ∨ (ب ∧ جـ)
ب

(قال$_2$)

3. قاعدة الإندماج (قاج)

إذا كان............
أكتب.............

ب ∧ (¬ ب ∨ ب)
(ب ∧ جـ)

(قاج$_1$)

إذا كان............
أكتب.............

ب ∨ (¬ ب ∧ جـ)
(ب ∨ جـ)

(قاج$_2$)

إذا كان............
أكتب.............

¬ ب ∧ (ب ∨ جـ)
ب ∧ (جـ ∨ د)

(قاج$_3$)

إذا كان............
أكتب.............

¬ ب ∨ (ب ∧ جـ)
ب ∧ (جـ ∨ د)

(قاج$_4$)

4. قواعد الصحة والتناقض الواضحين

قاعدة وضوح الصحة (قاة)

إذا كان...........
أكتب.............

ب ٧ ... ٧ ـــ ب
ص

(قاة$_1$)

إذا كان...........
أكتب.............

ب ← ب
ص

(قاة$_2$)

إذا كان...........
أكتب.............

ب ↔ ب
ص

(قاة$_3$)

5. قاعدة وضوح التناقض (قاض)

إذا كان...........
أكتب.............

ب ٨ ... ٨ ـــ ب
ك

(قاض$_1$)

إذا كان...........
أكتب ....

ـــ (ب ← ب)
ك

(قاض$_2$)

إذا كان...........
أكتب ....

ب ↔ ـــ ب
ك

(قاض$_3$)

إذا كان...........
أكتب ....

ـــ (ب ↔ ب)
ك

(قاض$_4$)

نتيجة لتوسيع دائرة القواعد، قد تطرأ بعض التغييرات على الاستراتيجية العامة التي سبق لنا وضعها. إذْ سيصبح من غير الضروري دائماً إتباع نفس ترتيب الخطوات (من خ$_1$ إلى خ$_ن$). فمن العبارات ما نكتفي في تحليلها بالاعتماد على هاتين المجموعتين الجديدتين مع بعض قواعد التقويم التحليلي دونما اللجوء إلى كل خطوات الاستراتيجية العامة.

مثال :

.0	{ [[(ب ٧ جـ) ٨ (ب ٧ ـــ جـ)] ٧ (ـــ ب ٨ جـ)] ٨ ب } ← [(ب ٨ د) ٧ (ب ٨ ـــ د)]	
.1	{ [[ب ٧ (جـ ٨ ـــ جـ)] ٧ (ـــ ب ٨ جـ)] ٨ ب } ← [ب ٨ (د ٧ ـــ د)]	قامش$_{2+1}$
.2	{ [[(ب ٧ ك) ٧ (ـــ ب ٨ جـ)] ٨ ب } ← (ب ٨ ص)	قاض$_1$ قاة$_1$
.3	{ [ب ٧ (ـــ ب ٨ جـ)] ٨ ب } ← ب	قَ$_2$، قَ$_1$
.4	[(ب ٧ جـ) ٨ ب] ← ب	قاج$_2$
.5	ب ← ب	قال$_1$
.6	ص	قاة$_2$
.7	ص	ح$_ن$

فمن '(ب ٧ جـ) ٨ (ب ٧ ـــ جـ)' في السطر '0' حصلنا بواسطة تطبيق (قامش$_2$) على 'ب ٧ (جـ ٨ ـــ جـ)' التي سجلناها في السطر 1. وتوضح لك الخطوط المنَقَّطة والأسهم النازلة باقي التطبيقات الأخرى التي تبررها القواعد المسجلة أسماؤها في عمود التبرير إلى أقصى يسار الصفحة.

إن أمر تحليل العبارات هنا يصبح رهيناً بمدى حدسنا لأي الطرق الأكثر اختصاراً وملاءمة للعبارة المراد تحليلها.

وعليه فلنا إذا ما كانت العبارة تسمح باختصارها من أول وهلة، الشروع بتطبيق قواعد الاختصار التمهيدية؛ وإن استنفدنا هذه القواعد ولم نصل إلى القيمة الجملية للعبارة نلجأ آنذاك للاستراتيجية العامة للتحليل الصدقي.

بل قد يحدث ونحن نحلل عبارة ما متبعين الخطوات $خ_1$ إلى $خ_{ن-1}$ أن تظهر إمكانية تطبيق إحدى قواعد الاختصار أو قواعد وضوح الصحة والتناقض، فلن نتردد في تطبيقها لما في ذلك من تعجيل في الوصول إلى السطر البتّات.

مثال

[(ب ٨ جـ) ٧ (ب ٨ جـ ٨ د ٨ هـ)] ← [(ب ٨ د) ٧ (ـــم د ٨ جـ)]

.1			
.2	[(ص٨جـ) ٧ (ص٨جـ٨د٨هـ)] ← [(ص٨د) ٧ (ـــم د٨جـ)]		[(ك٨جـ)٧(ك٨جـ٨د٨هـ)] ← [(ك٨د)٧(ـــم د٨جـ)]
.3	[جـ ٧ (جـ ٨ د ٨ هـ)] ← [د ٧ (ـــم د ٨ جـ)]		
.4			[(ك ٧ ك)] ← [ك ٧ (ـــم د ٨ جـ)]
	(قال₂) (قاج₂)		ص
.5	جـ ← (د ٧ جـ)		
.6			
.7	ص ← (د ٧ ص)	ك ← (د ٧ ك)	
.8	د ٧ ص		
.9		ص	
.10	ص		
.11	ص	ص	ص

(1)

3.4.6. اللزوم والتلازم تحليلياً

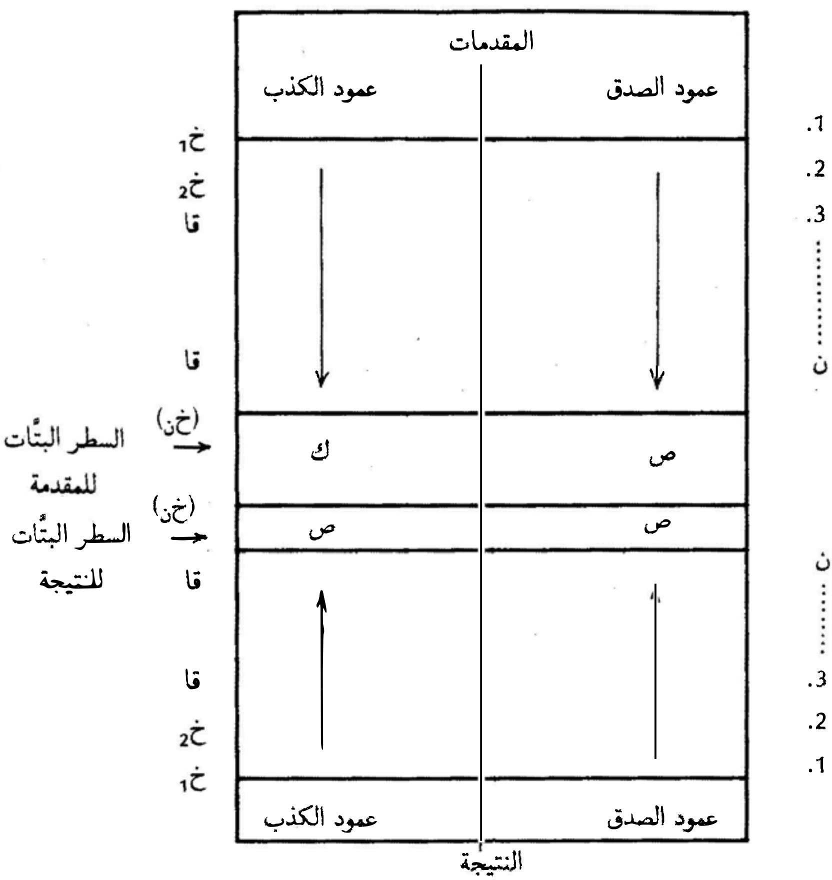
لقد اتّضح لنا في الفصل (5) أعلاه أن اللزوم علاقة صورية ماورائية بين مجموعة المقدمات ومجموعة النتائج. وفهمنا وقتها أن اللزوم ما هو في نهاية المطاف إلا استحالة صدق المقدمات مجتمعة في الوقت الذي تكذب فيه النتيجة وعليه نعرف اللزوم تحليلياً.

1) هنا أغلقنا المعقف الذي فتحناه في الصفحة 79 أعلاه.

تعريف اللزوم

تلزم جـ عن مجموعة المقدمات ب$_0$،ب$_1$،...، ب$_ن$ في اللغة ق إذا وفقط إذا حمل السطر البتّات في التحليل الصدقي لـ ب$_0$ $\wedge$ ب$_1$ $\wedge$...$\wedge$ ب$_ن$ القيمة 'ص'، حمل السطر البتّات في التحليل الصدقي لـ جـ في الخانة المناظرة القيمة 'ص'.

لغرض الشرح والتبليغ فقط نُدخل تغييراً طفيفاً على رسم جداول التحليل وذلك لاضطرارنا للمقارنة بين السطر البتّات للمقدمات وبين السطر البتّات للنتيجة. لذا سيكون التحليل الصدقي للمقدمات نازلاً، وللنتيجة صاعداً؛ طبقاً للخطاطة التالية :



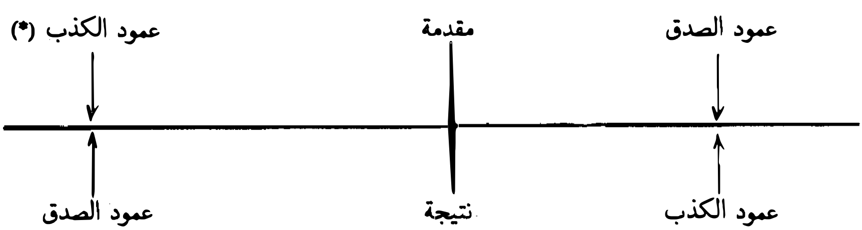
وصف هذا الجدول التحليلي المزدوج

1 ـ يتم إدخال المقدمات من أعلى الجدول ويسير التحليل نازلاً بعد ذلك طبقاً للخطوات المعروفة لك، في هذه الحالة لا يختلف عن أي تحليل صدقي عادي (راقب إتجاه الأسهم النازلة).

2 ـ يتم إدخال النتيجة من أسفل الجدول ويسير التحليل صاعداً إلى أعلى طبقاً لنفس الخطوات المعروفة لك. (راقب اتجاه الأسهم الصاعدة).

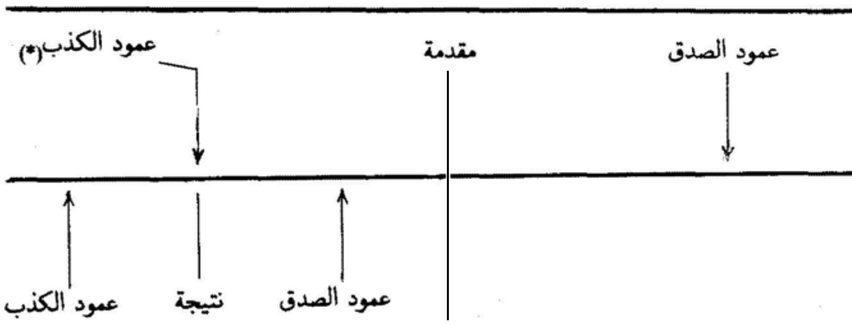
3 ـ إن أهم شيء ينبغي التركيز عليه، هو ضرورة تطابق عمودي الصدق والكذب الرئيسين لكل من المقدمات والنتيجة؛ فبدون هذا التطابق يفقد هذا الجدول التحليلي المزدوج قدرته على تحقيق أهدافه.

لاحظ أنه لايمكننا عكس الأعمدة بين المقدمة والنتيجة :

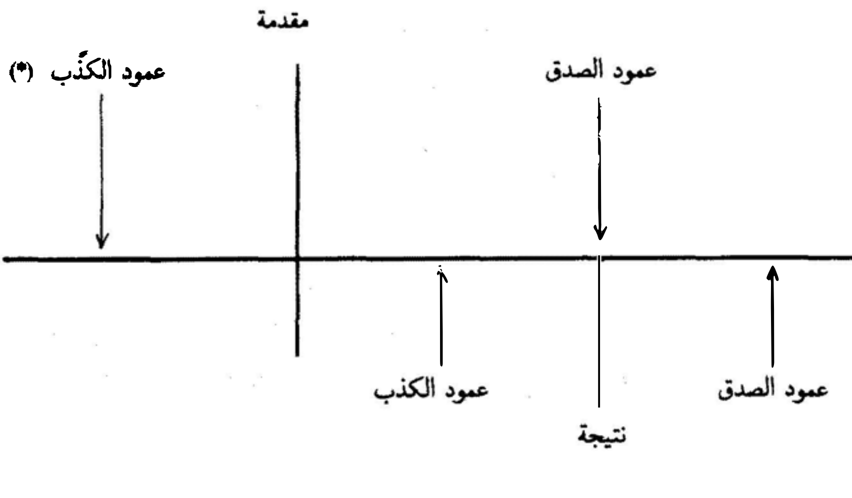


فهذه الخطاطة خاطئة وغير مقبولة.

كما لايمكن حصر أعمدة المقدمة أو أعمدة النتيجة الأساسية في عمود الصدق أو الكذب لإحداهما :



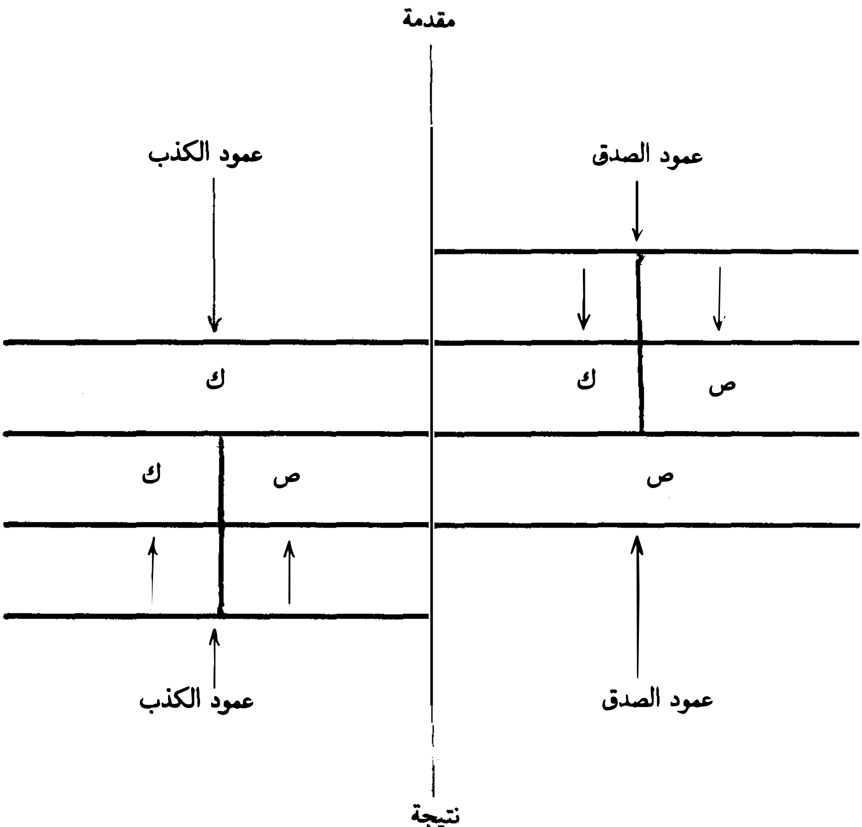
أو



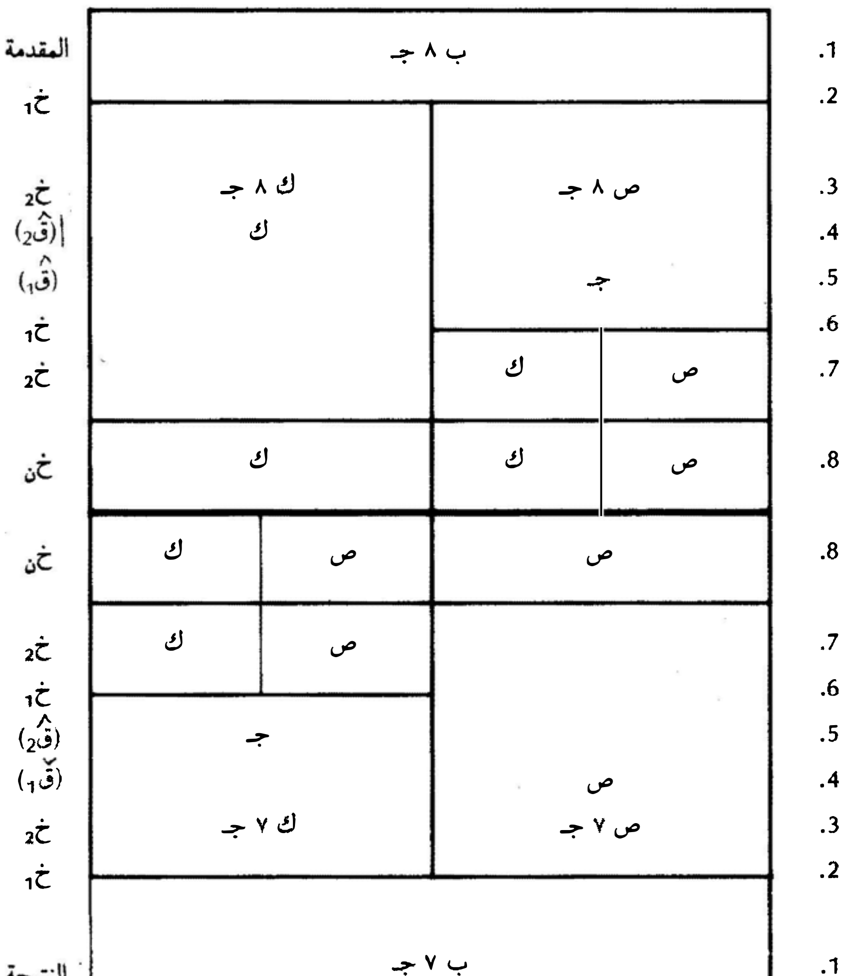
فهاتان الخطاطتان غير مقبولتين.

غير أن هذا الكلام لا يعني استحالة ظهور عمودين فرعيين للصدق والكذب ضمن أحد الأعمدة الرئيسية للنتيجة ولا يكون ما يناظرهما إلا عمود رئيسي للصدق أو للكذب في تحليل

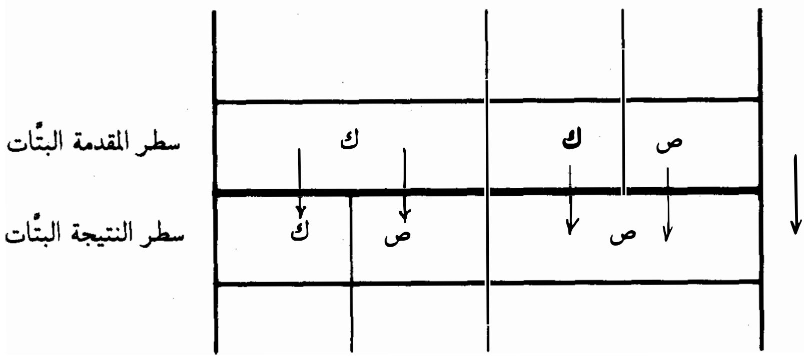
المقدمة؛ فهذا أمر وارد وممكن بشرط مراعاتنا ضرورة تطابق الأعمدة الرئيسية للمقدمة والنتيجة من جهة، وضرورة امتداد الانقسام الحاصل في أحدهما حتى يشمل خانات السطر البتّات المتعلق به. وهكذا يمكن أن تكون لنا الخطاطة السليمة الآتية :



وهي الخطاطة التي يأخذها التحليل المزدوج للاستدلال القضوي من '(ب ٨ جـ)' إلى '(ب ٧ جـ)'



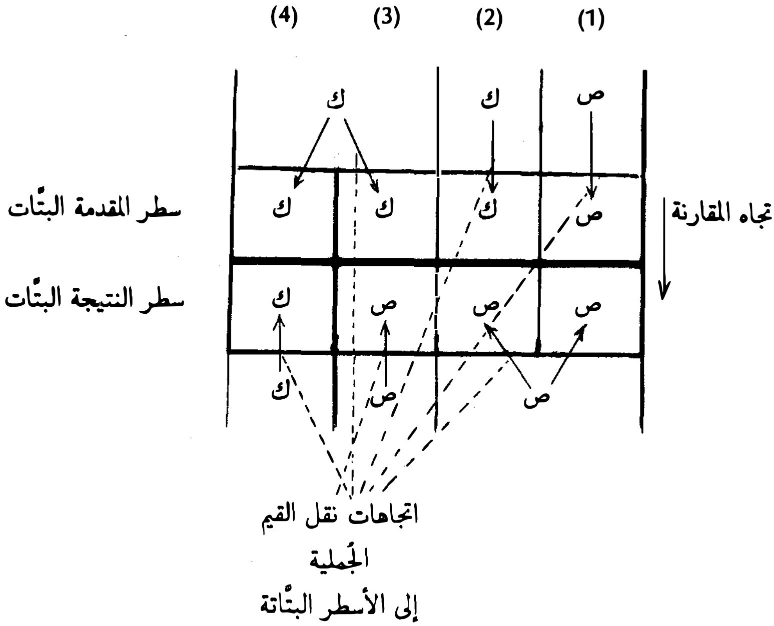
إن الأسطر البتّاتة للمقدمة والنتيجة تخبرنا بأنه كلما صدقت المقدمة إلا وكانت النتيجة صادقة. ويُمكنك مشاهدة هذا في رسمنا لهما على انفراد :



إننا ندعوك هنا لرؤية الوضع المنطقي النموذجي لوقوع النتائج تحت المقدمات :

$$\frac{\text{المقدمات}}{\text{النتيجة}}$$

فالفائدة العملية للأسطر البتّاتة المرسومة على هذا الشكل لا تكن فقط في محافظتها على الصورة النموذجية لترتيب الاستدلال، بل في إبرازها ترتيب القيم الصدقية لكل من المقدمات والنتيجة بحيثُ ندرك بالرؤية البصرية المباشرة ما إذا كانت المقدمات صادقة والنتائج كذلك أم لا. وتزداد هذه الرؤية وضوحاً لو أخذنا في اعتبارنا أن كل انشطار في الأعمدة النازلة أو الصاعدة إلا ويطال السطرين البتّاتين وهكذا يُصبح السطران الماضيان على هذا الشكل :



وبالفعل، فمتى صدقت النتيجة كلما صدقت المقدمات كان هناك لزوم بينهما. ومتى كان هناك لزوم بينهما، وجب صدق النتيجة كلما صدقت المقدمة أو المقدمات مجتمعة. وينبغي التنبيه هنا إلى أن اللزوم لايفرض صدق النتيجة إلا في الوقت الذي تكون فيه المقدمات صادقة. أما لو كانت هذه المقدمات كاذبة وكان هناك لزوم منها إلى النتيجة؛ ففي هذه الحالة لاتفرض أية قيمة معينة على النتيجة؛ فقد تكون صادقة كما قد تكون كاذبة (لاحظ ذلك في الخانات (2)، (3)، (4) في الرسم أعلاه).

وإذا كان كذب المقدمات لايفرض قيمة معينة على النتيجة، فإن كذب النتيجة على العكس من ذلك يتطلب ضرورة كذب المقدمات (لاحظ ذلك في الخانة (4)) وإلا انعدم اللزوم بينهما. وينبغي التنبيه إلى أن صدق النتائج لايلزمنا بأية قيمة معينة للمقدمات، فقد تكون صادقة وقد تكون كاذبة (تأمل على سبيل المثال الخانة (1) و (2)).

ومعلوم لك أن هذه المواصفات توجد بنفس الإتساق في العبارة الشرطية الصحيحة. ففي الشرط الصحيح يستحيل اجتماع صدق المقدم مع كذب التّالي؛ أي أنه لو صدق المقدم وجب

صدق التَّالي، ولو كذب التَّالي وجب كذب المقدم. وعليه يجوز لنا إقامة التناظرات التَّالية بين اللزوم والشرط الصحيح :

في حالة المقدمات = 1

ب ⫤ جـ إذا فقط إذا ⫤ ب ← جـ

في حالة المقدمات > 1

ب$_0$، ب$_1$، ...، ب$_ن$ ⫤ جـ إذا وفقط إذا ⫤ (ب$_0$ ٨ ب$_1$ ٨ ... ٨ ب$_ن$) ← جـ

تسمح لنا هذه التناظرات باعتماد التحليل الصدقي للبتّ في حضور اللزوم متوسلين لـه بـالبتّ في صحة الشرط المناظر وذلك باستخدامنا الاستراتيجية العامة أو التحليل الصدقي الموسع كما مارسناهما من قبل بصدد اختبار صحة عبارات اللغة ق.

مثال 1

[(ب ٨ جـ) ٧ (د ← جـ)]

(¬ جـ ٧ د)

(¬ د ٧ جـ)

عدد المقدمات هنا أكبر من 1؛ يكون لنا الشرط المناظر إذن :

{[(ب ٨ جـ) ٧ (د ← جـ)] ٨ (¬ جـ ٧ د)} ← (¬ د ٧ جـ)

البت في صحة هذه الشرطية :

{[(ب ٨ جـ) ٧ (د ← حـ)] ٨ (¬ جـ ٧ د)} ← (¬ د ٧ جـ)

1. خ$_1$
2. خ$_2$
3. ق$_1$. ق$_1$. ق$_3$. ق$_1$
4. ق$_3$
5. ق$_2$. ق$_4$. ق$_2$. ق$_2$
6. ق$_1$.
7. ق$_1$
8. قاة$_2$
9. خ$_ن$

{[(ب٨ص)٧(د ← ص)]٨(¬ ص٧د)} ← (¬ د٧ص)	{[(ب٨ك)٧(د ← ك)]٨(¬ ك٧د)} ← (¬ د٧ك)
{[ب ٧ ص] ٨ (ك ٧ د)} ← ص ص	{[ك ٧ ¬ د] ٨ (ص ٧ د)} ← ¬ د (¬ د ٨ ص) ← ¬ د ¬ د ← ¬ د ص
ص	ص

ما دام السطر البتّات لهذه الشرطية لا يحمل إلا القيمة 'ص'، فإنها بالتالي بناءً على (ت$_1$، ص 75 أعلاه) عبارة شرطية صحيحة، ومن ثمة فإن الصورة الاستدلالية المناظرة لها صورة تستلزم المقدمات فيها النتيجة.

مثال 2

ـــ (ب ٧ جـ)

ـــ د

ب

والشرطية المناظرة ستكون هي :

[ـــ (ب ٧ جـ) ٨ ـــ د] ـــه ب.

اختبار صحة هذه الشرطية :

.1	[ـــ (ب ٧ جـ) ـــ د] ـــه ب				خ$_1$
.2	[ـــ (ص ٧ جـ) ٨ ـــ د] ـــه ص	[ـــ (ك ٧ جـ) ٨ ـــ د] ـــه ك			خ$_2$
.3	ص				(ق$_3$)
.4		ـــ (ـــ جـ ٨ ـــ د)			(ق$_2$، ق$_4$)
.5					خ$_1$
.6		ـــ (ـــ ص ٨ ـــ د)	(ـــ ك ٨ ـــ د)		خ$_2$
.7		ـــ (٨ ـــ د)			(ق$_1$)
.8		ـــ ك			(ق$_2$)
.9		ص			ق$_2$
.10			ـــ (ص ٨ ـــ د)		ق$_2$
.11			ـــ ـــ د		ق$_1$
.12					خ$_1$
.13			ـــ ـــ ص	ـــ ـــ ك	خ$_2$
.14			ص	ك	(ق$_1$، ق$_2$)
.15	ص	ص	ص	ك	خن

ما دام السطر البتّات لهذه الشرطية يحتوي على 'ك' فإنها بناء على (ن$_1$، ص 77 أعلاه) عبارة شرطية غير صحيحة، ومن ثمة فإن الصورة الاستدلالية المناظرة لها صورة لا تستلزم المقدمات فيها النتيجة.

التلازم

معلوم لك من دروس سابقة أن التلازم ما هو إلا لزوم متبادل (لزوم وعكسه). وما دام اللزوم مناظراً للشرط الصحيح، فإن التلازم يناظر، على مستوى اللغة الشيئية، التشارط الصحيح. لذا نضع له التعريف التّالي :

تعريف التلازم

تكون العبارة 'ب' متلازمة تحليلياً في اللغة ق مع العبارة جـ إذا وفقط إذا تطابقت قيم أسطرهما البتّاتة.

إن تطابق قيم الأسطر البتّاتة لعبارتين يعني بالبداهة أنه كلما صدقت إحداهما صدقت الأخرى وكلما كذبت إحداهما كذبت الباقية. وهذا ما يمكنك ملاحظته من التحليل المزدوج التالي :

	ب ↔ جـ			
خ$_{1}$				.1
خ$_{2}$	ك ← جـ	ص ↔ جـ		.2
(ق$_{1}$، ق$_{2}$)	ص	جـ		.3
خ$_{1}$				.4
خ$_{2}$		ك	ص	.5
خن	ص	ك	ص	.6
	ص	ك	ص	.7
خ$_{2}$		ك	ص	.7
($\check{ق}_{2}$)		جـ		.6
($\check{ق}_{1}$)	ص			.5
(¬ق$_{1}$)		ك ∨ جـ		.4
(¬ق$_{2}$)	ص ∨ جـ			.3
خ$_{2}$	¬ك ∨ جـ	¬ص ∨ جـ		.2
خ$_{1}$				.1
	¬ب ∨ جـ			

إن كان التلازم تشارطاً صحيحاً على مستوى اللغة الشيئية، فإن لنا أن نكتب :

ب ⊨ ⫤ جـ إذا وفقط إذا ⫤ ب ↔ جـ

لاختبار حضور التلازم بين عبارتين إذن، ما عليك إلا ربطهما برابط التشارط وتحليل الكل المحصل عليه صدقياً إما عبر الاستراتيجية العامة، وإمّا عبر التحليل الموسع (حسب ما تمليه عليك العبارة)؛ فإن كانت هذه العبارة التشارطية صحيحة كان التلازم حاصلاً بين العبارتين الأصليتين وإلا فلا.

تمارين :

باستعمالك طريقة التحليل الصدقي، بيّن ما إذا كانت المقدمات في الصور الاستدلالية التالية تستلزم نتائجها !

أ)
ب ← (جـ ٨ د)
د ↔ جـ
¬ د
―――――
¬ ب

ب)
(ب ↔ ¬ جـ) ٨ جـ
{جـ ٧ [(د ← ب) ٨ د]} ← ¬ ب
―――――
(ج ← ب)

جـ)
¬ (د ← جـ)
¬ د
¬ جـ
―――――
هـ ٨ ¬ هـ

د)
جـ ٧ (ب ٨ ¬ د)
(د ← ب) ↔ جـ
¬ جـ ٧ ب
―――――
¬ (ب ٧ د)

الفصـل السـابـع

طرق البتّ في منطـق القضـايـا : الأشجـار الصدقية

1.7. تمهيد

نقوم في هذا الفصل الجديـد بإدخـال طريقـة أُخرى للبتّ تمتـاز على سـابقـاتهـا بعـدة مميزات.

فأولاً لن نكون هنـا بحـاجـة لاسـتعمـال الرموز الـدلاليـة المـاورائيـة 'ص' و 'ك' خلال ممارستنا لتقنيات البتّ؛ إذ لن تظهر على الإطلاق أمام أعيننا؛ وذلك،لأن المتغيرات القضويـة ضمن هذه الطريقة، تصبح متوفرة بمجرد دخولها في هندسة شجرتها على قـدرة إفـادة اتسـاقهـا أو عدمه. (سنشرح بعد حين هذا المفهوم الجديد).

وثانياً، لن نكون مطالبين، قصد البتّ في الصور الاستدلالية، بالانتقال إلى صور قضويـة كما كان حالنا من قبل في طريقة جداول الصدق أو طريقة التحليـل الصـدقي، إذ أن تقنيـات الهندسة الشجرية تعفينا تماماً من هذه المرحلة. بل يمكننا كذلك استخدامها لاشتقاق النتـائج من المقدمات كما سنرى تحت عنوان الأشجار الصدقية الصاعدة.

وثالثاً، لسنا في حاجة إلى الإشارة إلى أن هذه الطريقة الجديـدة تتفوق على سـابقتيهـا في مدى سهولة وسرعة استعمالها.

2.7. الاتسـاق شجرياً

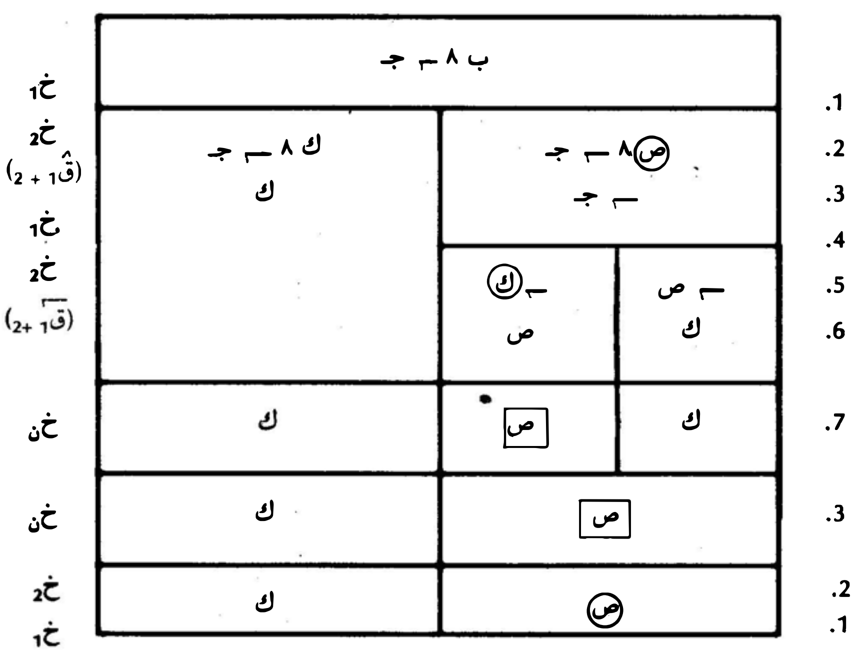
احتجنا هنا بالـذات لإدخـال هـذ المفهوم وذلـك لتوقف طريقـة الأشجـار الصـدقيـة في أساسها عليه. فما معنى قولنا عن مجموعة ما من عبارات اللغة القضوية بأنها مجموعة متسقة ؟

لاحظ أننا لو استعملنا ما في حوزتنا من معلومات إلى حد الآن، لجاز لنـا أن نقول عن المجموعة {(ب ∧ ـــ جـ)، د}

إنها مجموعة متسقة، وعن المجموعة { (ب ٨ ـــ جـ) ، ـــ ب } إنها مجموعة غير متسقة. فما السبب في ذلك ياترى ؟

باستعمالك لإحدى الطريقتين التي سبق لك التمرن عليهما تجد أن المجموعة الأُولى تحقق شرط وجود تأويل صدقي واحد على الأقل تكون فيه كل عناصرها صادقة. وعلى العكس من ذلك ينعدم وجود هذا التأويل الصدقي بالنسبة للمجموعة الثانية.

هكذا مثلاً لو قمت بتحليل صدقي مزدوج للمجموعة الأُولى فتحصل على الجدول التحليلي :



الذي يخبرك بأنه يمكن لكل عناصر هذه المجموعة أن تصدق مجتمعة إذا أخذت المتغيرات القضوية القيم التالية :

ب	جـ	د
ص	ك	ص

وهي القيم المحاطة بدوائر في التحليل المزدوج. أما القيم المحاطة بمستطيلات فهي قيم عنصري المجموعة أي قيم '(ب ٨ ـــ جـ)' و 'د' (ص ٨ ـــ ك = ص ٨ ص = ص).

أما لو فحصت وبنفس الطريقة المجموعة الثانية فستحصل على الجدول التحليلي :

.1	ب ٨ ـــ جـ			خ1
.2				
.3	ص ٨ ـــ جـ		ك ٨ ـــ جـ	خ2
.4	ـــ جـ		ك	(ق̂1 +2)
.5				خ1
.6	ـــ ص ك	ـــ ك ص		ق1، ق2
.7	ك	ص	ك	خن
.5	ك		$\boxed{ص}$	خن
.4	ك		ص	ق1، ق2
.3	ـــ ص		ـــ $\boxed{ك}$	خ2
.2				خ1
1	ب			

الذي يخبرك بأنه من المستحيل وجود تأويل تكون فيه كل عناصر المجموعة صادقة؛ ذلك أنه عندما كانت '(ب ٨ ـــ جـ)' صادقة كانت 'ب' صادقة، لكن عندما صدقت 'ـــ ب' كانت 'ب' كاذبة. وهذا الكلام يعني أنه لتصدق كل عناصر هذه المجموعة مجتمعة يجب أن تأخذ المتغيرات القيم التالية :

ب	حـ	ب
ك	ك	ص

ويبيّن لك أنه من المستحيل أن يأخذ نفس المتغير وفي نفس التأويل قيمتين متناقضتين. وعليه فإن أمثال هذه المجموعة التي تتوفر فيها هذه الصفة تسمى **«مجموعة قضوية غير متسقة»**

لنحاول الآن البحث عن الإتساق أو عدمه في المجموعتين السالفتين بطريقتنا الجديدة. أولاً نكتب عناصر المجموعة الأُولى الواحد منها تحت الآخر هكذا :

1. (ب ٨ ـــ جـ)
2. د

أنت تعلم أنه ليصدق الوصل يجب صدق كل موصولاته، وعليه نُفكّك '(ب ٨ ـــ حـ)' ونتابع تسجيل مكوناتها تحت ما بدأنا به :

3. ب
4. ـــ جـ

عندما كتبنا 'ب' ثم تحتها 'ـــ جـ'، أصبحت '(ب ٨ ـــ جـ)' متجاوزة أو مشطّب عليها وكأنها غير موجودة، ولنؤدي هذا المعنى نرسم على يسارها العلامة التالية : « ✓ » التي نسميها علامة الشّطب أو الإجراء :

1. (ب ٨ ـــ جـ) ✓
2. د
3. ب
4. ـــ جـ

لاحظ أن هذا العمود النازل الذي نطلق عليه اسم شجرة، لايتكون إلا من حروف قضوية أو من نفي حروف قضوية أو من عبارات مركبة مشطّبة فقط. كما أن هذه الشجرة بالذات لاتضم نفس الحرف ونفيه. إن عدم ضمها لهذا له دلالة كبرى بالنسبة لطريقة الأشجار الصدقية؛ وتكمن هذه الدلالة في ما تخبرنا به من **أننا أمام شجرة مفتوحة تعطينا عباراتها الطرفية** (والعبارة الطرفية هنا هي التي تتكون إما من حرف قضوي وإما من نفي حرف قضوي، مثلاً 'ب' و '~ جـ') **الإسنادات الصدقية التي تجعل كل عناصر المجموعة صادقة في نفس التأويل الصدقي.**

وهكذا تخبرنا هذه الشجرة **بأن المجموعة** { (ب ∧ ~ جـ)، د } **مجموعة متسقة** لوجود تأويل يجعل كل عناصرها صادقة وهذا التأويل هو :

د	جـ	ب
ص	ك	ص

لعلّك تتساءل من أين لنا بهذه الصادات والكافات بل وكيف استطعنا استخراجها من مجرد ترتيب للعبارات الطرفية إحداها تحت أو فوق الأخرى ؟

لا يحتاج الأمر لأية قوة خارقة للقيام بمثل ما قمنا به، يكفي أن تعلم **مبدأ القراءة الصدقية للغة** ق هذا المبدأ القائل أن '«ب» صادقة' مكافئ لـ 'ب' وأن '«ب» كاذبة' مكافئ لـ '~ ب'. وعليه فإن كلاً من 'ب' و 'د' في الشجرة الماضية ما هو إلا اختصار لـ '«ب» صادقة' و لـ '«د» صادقة'، أما '~ جـ' فتختصر '«جـ» كاذبة'. لهذا السبب قلنا في مقدمة هذا الدرس إننا في طريقة الأشجار الصدقية لن نحتاج لاستعمال 'ص' و 'ك' خلال ممارستنا لتقنيات البت.

لننظر الآن في شجرة المجموعة الثانية { (ب ∧ ¬ جـ)، ¬ ب } ؛ على ضوء التفسيرات الماضية يكون لنا :

1. (ب ∧ ¬ جـ) ✓
2. ¬ ب
3. ب
4. ¬ جـ

لعله أثار انتباهك، بمجرد ما فكّكت الوصل '(ب ∧ ¬ جـ)' إلى عباراته الطرفية وسجلتها في الأسطر (3) و (4)، أن السطر (2) يضم '¬ ب' وأنك أصبحت أمام شجرة يضم جدعها نفس الحرف ونفيه؛ أي 'ب' و '¬ ب'. واعتباراً لمبدأ القراءة الصدقية فهذا يعني أن «ب» صادقة و «ب» كاذبة في نفس التأويل، واعتباراً لاستبعادك اجتماع الصدق والكذب في نفس الوقت وفي نفس المتغير القضوي، فإن شجرتك تصبح شجرة مسدودة. **وتخبرنا الشجرة المسدودة باستحالة وجود أي تأويل صدقي يجعل المجموعة صادقة بصدق كل عناصرها في نفس التأويل لمتغيراتها**، وبالتالي **فإن هذه المجموعة غير متسقة**. ولنؤدي هذا المعنى نرسم العلام '«×»' في الطريق الذي يحقق هذه الصفة وهكذا تصبح شجرتنا :

1. (ب ∧ ¬ جـ) ✓
2. ¬ ب
3. ب
4. ¬ جـ

«×»

(من 3 + 2)

ودفعاً لتوهم انحصار الأذهان في كون الشجرة الصدقية هي دوماً وحيدة الجدع، نسارع إلى إخبارك بأن حاجتنا المدخلية والبيداغوجية لتوضيح مقاصدنا هي التي دفعتنا إلى اختيار

أمثلة موجزة وسهلة التشييد. أما لو أضفنا مثلاً لشجرة المجموعة الأولى العنصر الجديد '(ب ٧ جـ)'، فإننا سنصبح أمام الشجرة الصدقية المتفرعة التالية :

1. (ب ٨ ـــ جـ) ✓
2. د
3. ب
4. ـــ جـ
5. (ب ٧ جـ) ✓
6. ب جـ

«×»

4

فإلى حدود السطر (4) واضح لك؛ لأنه هو عين الشجرة وحيدة الجدع التي سبق أن شيدتها للمجموعة الأولى (ص 98). أما السطر (6) الذي يضم عبارتين طرفيتين كل واحدة منها تقع في نهاية فرع شجري، فقد حصلنا عليه بواسطة تشطيرنا على العبارة الفصلية الجديدة (ب ٧ جـ). ومعلوم لك أنه لتصدق العبارة الفصلية يكفي أن يكون أحد مفصولاتها صادقاً؛ وهذا بالضبط هو ما يقوله لنا الرسم الشجري المتفرع للعبارة رقم (5). فلو كانت «ب» صادقة، فإن «ب ٧ جـ» صادقة؛ وإن كانت «جـ» صادقة، فإن «ب ٧ جـ» صادقة كذلك. لذا نكتفي بكتابة أحد المفصولات في فرع والآخر في فرع مستقل لكن في نفس السطر على خلاف الموصولات التي تكتب في نفس الفرع أحدها فوق الآخر في سطرين مختلفين، وهذا راجع لكون الوصلية تشترط صدق طرفيها لصدقها.

ومن دقائق المعاني التي ينبغي أن تحفظها منذ الآن، **أن الشجرة التي تحتوي على فرع واحد (على الأقل) يظل مفتوحاً ـ لعدم احتوائه على نفس الحرف ونفيه ـ كما هو حال مثالنا هذا، تُسمى بالشجرة المفتوحة** والفرع أو الفروع المفتوحة فيها **تخبرنا بوجود تأويل أو تأويلات لمتغيرات المجموعة يجعل كل عناصرها صادقة معاً**. وأن المجموعة المشجرة هذه **مجموعة متسقة**.

أما لو انعدم وجود أي فرع مفتوح في شجرة صدقية ما لمجموعة ما من العبارات القضوية نتيجة انسداد كل الطرق النازلة فيها، فإننا نطلق عليها اسم «الشجرة المسدودة». وتخبرنا الأشجار الصدقية التي تحمل هذه الصّفة بعدم وجود أي تأويل يجعل كل عناصر المجموعة القضوية صادقة معاً. وهكذا نضع التعريف التّالي :

تعريف عدم الإتساق

تكون مجموعة العبارات القضوية (مق) المنتهية العناصر غير متسقة قضوياً إذا وفقط إذا كانت شجرتها الصدقية مسدودة.

وعليه فللتعرف على عدم اتساق مجموعة مامن عبارات اللغة ق ماعلينا إلا القيام بتشييد شجرتها الصدقية، فإن وصلنا إلى سد كل فروع هذه الشجرة، فإن هذا دليل على أن المجموعة موضوع فحصنا مجموعة غير متسقة.

لكن كيف نشيد الأشجار الصدقية ؟ هذا ما سنتعرف عليه في الفقرة الموالية :

3.7. استراتيجية التشجير الصدقي النازل

تتوقف استراتيجية تشجير مجموعة ما من عبارات اللغة القضوية على سلسلة من الخطوات تلعب فيها زمرة من القواعد الاستدلالية الشجرية دوراً مركزياً. إنها القواعد التي تبرر انتقالاتنا من سطر إلى آخر ضمن فروع الشجرة الصدقية؛ لذلك نبدأ بإعطاء هذه القواعد.

1.3.7. قواعد الاستدلال الشجري النازل

1.1.3.7. قاعدة تشجير الوصل (تش ٨)

إذا كان............ ب ٨ جـ ✓

أكتب............ ب

جـ

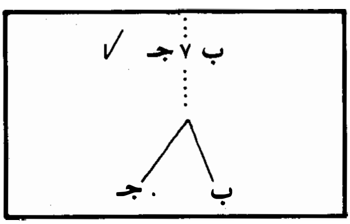
تأمرنا هذه القاعدة بأن نشطّب « ✓ » على العبارة الوصلية 'ب ٨ جـ' ونضع نتائج هذا التشطيب في نهاية الفرع النازل المفتوح الذي يضم من جملة ما يضم عبارة مشطّب عليها؛ وهذا معنى النقط النازلة « ⋮ » في صياغة القاعدة.

لن نقف الآن عند هذه القاعدة للتمثيل عليها وذلك لسبق تعرفنا على تطبيقها في الصفحات الماضية.

2.1.3.7. قاعدة تشجير الفصل (تش ٧)

إذا كان...........

أكتب ....



تأمرنا هذه القاعدة بأن نشطب على العبارة الفصلية وذلك بتفريع الجدع النازل المفتوح الذي يتضمنها إلى فرعين ونكتب المفصول الأول في نهاية الفرع الأيمن والمفصول الباقي في نهاية الفرع الأيسر من نفس المستوى السطري. وهكذا وبمراعاة القاعدتين يمكن تشجير المجموعة التالية : {(ب ٨ جـ)، (ب ٧ هـ)}

.1	(ب ٨ جـ) ✓	عم
.2	(ب ٧ هـ) ✓	عم
.3	ب	1. تش ٨
.4	جـ	1. تش ٨
.5	ب هـ	2. تش ٧

(1) (2) (3)

لتسهيل قراءة الشجرة الصدقية على غيرك يُستحسن إضافة عمودين نازلين أحدهما إلى أقصى يمين الشجرة (وهو المرقم بـ (1) في الرسم الذي أمامك) يضم أرقام أسطر العبارات المسجلة في الشجرة، وآخر إلى أقصى يسارها؛ ويضم مبررات تسجيل العبارات فيها. ولعله غنيٌ عن البيان أن كل عبارات الشجرة هي إما عنصر من المجموعة القضوية المطلوب تشجيرها (عم) أو ناتجة عن تطبيق قاعدة من قواعد التشجير؛ وهكذا فالكتابة المختصرة (مثلاً : 1.تش ٨) في عمود التبرير، (المرقم بـ (3) في الرسم أعلاه) تُقرأ هكذا : ناتجة من العبارة التي تحمل الرقم 1 في عمود الترقيم بتطبيق قاعدة تشجير الوصل.

3.1.3.7. قاعدة تشجير النفي المزدوج (تش ¬ ¬)

إذا كان...........	✓ ¬ ¬ ب
أكتب	ب

تأمرنا هذه القاعدة بشطب العبارة المسبوقة بنفي مزدوج وتسجيل العبارة التي تأتي مباشرة بعد النفي المزدوج في نهاية كل فرع نازل مفتوح يضمها مشطَّبة. وهكذا نشجِّر بواسطة هذه القاعدة المجموعة : { ¬ ¬ ¬ ب، ¬ ¬ ب }

.1	¬ ¬ ب	عم
.2	¬ ب	عم
.3	ب	1. تش ¬ ¬
	«X»	
	2	

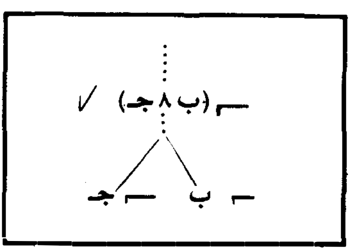
ملاحظة هامة :

يجب أن تنتبه للفرق بين انطباق السلب على حرف قضوي (عبارة ذرية بسيطة) وبين انطباقه على عبارة قضوية مركبة؛ ذلك أن الحرف القضوي المسلوب الذي يحتل

موقعه في الشجرة الصدقية يكوّن عبارة طرفية (انظر ص. 99 أعلاه) غير قابلة للتشجير. ومن ثمة لاتنتظر وجود قواعد لتشجير أمثال هذه العبارات الطرفية 'ـــ ب، ـــ جـ،...'. وعلى العكس من هذا إذا كان في شجرتك عبارة مركبة مسلوبة فمن الممكن تشجيرها بواسطة إحدى القواعد التي سيأتيك بيانها بعد حين.

[لقد ذكرنا لك هذه الملاحظة ووصفناها بـ«الهامة»، وذلك لأن مجرد وضع قاعدة تفريعية للنفي تساوي بين انطباقه على الحرف القضوي وعلى العبارة المركبة، يؤدي إلى الخروج عن طريقة الأشجار الصدقية إلى طريقة أخرى أكثر تعقيداً عرفتها أدبيات البحث المنطقي في خمسينات هذا القرن قبل اكتشاف طريقة الأشجار؛ ونعني بها طريقة الجداول الدلالية التي يعرضها Beth سنة 1955. (انظر الترجمة الفرنسية لمقالته عند Jean Largeault[1]) وقد تخلينا عن إدراجها في كراستنا هذه لاعتقادنا بأن طريقة الأشجار ماهي إلا تطوير ذكي وبارع لها من جهة، ولعزوف جماهير دارسي المنطق عنها من جهة أخرى.]

4.1.3.7. قاعدة تشجير الوصل المسلوب (تش ٨̄)



إذا كان..........

أكتب.............

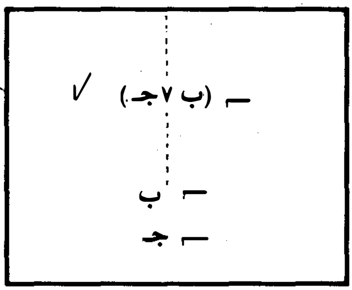
لاشك في أنك أدركت الشبه الحاصل بين هذه القاعدة وقاعدة تشجير الفصل وذلك في تفرع الجدع النازل المفتوح من العبارة المركبة المشطّة إلى فرعين. فليكذب الوصل يكفي أن يكذب أحد الموصولات أي أن (ب ٨ جـ) تكون كاذبة إذا وفقط **إذا كانت 'ب' كاذبة أو كانت 'جـ' كاذبة**. وهذا يعني أن 'ـــ (ب ٨ جـ)' ترجع إلى '(ـــ ب ٧ ـــ جـ)' **وهذا بالضبط ماتقوله لك قاعدة تشجير الوصل المسلوب.**

(1) Logique Mathématique, Textes, «Conséquence Sémantique et derivabilité Fonnelle», A. Colin, Paris, 1972, pp 57-91.

5.1.3.7. قاعدة تشجير الفصل المسلوب (تش ٧̅)

إذا كان............

أكتب............

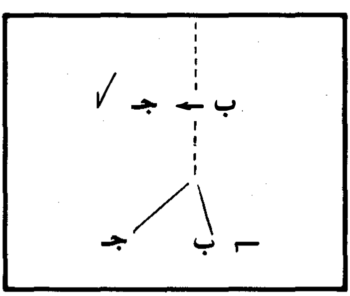


وتشبه هذه القاعدة تشجير الوصل وذلك في تسجيل نتائج التشطيب إحداهما فوق الأخرى في سطرين متتابعين من الجدع (أو الفرع) النازل المفتوح الذي يتضمن العبارة المشطبة. فليكذب الفصل يجب أن يكذب المفصولان معاً. أي أن '(ب ٧ جـ)' تكون كاذبة **إذا وفقط إذا كانت 'ب' كاذبة وكانت 'جـ' كاذبة**. وهذا يعني أن '¬ (ب ٧ جـ)' تعود إلى '(¬ ب ٨ ¬ جـ)' وهذا ما تقوله لك قاعدة تشجير الفصل المسلوب.

6.1.3.7. قاعدة تشجير الشرط (تش ←)

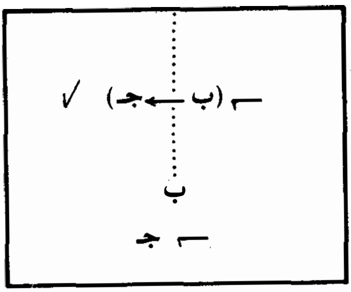
إذا كان.........

أكتب...........



تأمرنا هذه القاعدة بأن نشطب على العبارة الشرطية وذلك بتفريع الجدع (أو الفرع) النازل المفتوح الذي يتضمنها إلى فرعين ونكتب نفي المقدم في نهاية الفرع الأيمن ونكتب التالي في نهاية الفرع الأيسر من نفس المستوى السطري. والشبه الحاصل بين هذه القاعدة وقاعدة تشجير الفصل من حيث تفريع جدعهما (أو فرعهما) إلى فرعين، راجع إلى أنه ليصدق الشرط يكفي أن يكذب المقدم أو يصدق التالي. فتكون '(ب ← جـ)' صادقة **إذا وفقط إذا كانت 'ب' كاذبة أو كانت 'جـ' صادقة**. وهذا يعني أن '(ب ← جـ)' تعود إلى '(¬ب ٧ جـ)'. وهذا ما تقوله قاعدة تشجير الشرط.

7.1.3.7. قاعدة تشجير الشرط المسلوب (تش ¬→)

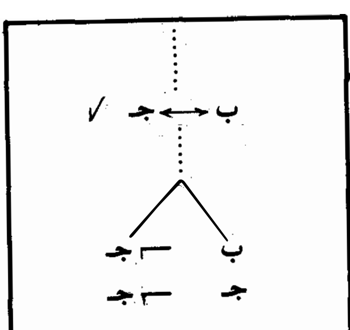


إذا كان............

أكتب............

وبالفعل ليكذب الشرط (أي ¬ (ب ← جـ)) يجب أن يصدق المقدم (ب) ويكذب التّالي (¬ جـ). أي أن '¬ (ب ← جـ)' تعود إلى'(¬ ب ∧ جـ)'؛ وهذا هو سبب الشبه الحاصل بين تشجير الشرط المسلوب وتشجير الوصل من حيث تسجيل نتائج التشطيب الواحدة منها فوق الأخرى في سطرين متتابعين من الجدع (أو الفرع) النازل المفتوح الذي يتضمن العبارة المشطّبة.

8.1.3.7. قاعدة تشجير التشارط (تش ↔)



إذا كان.............

أكتب.............

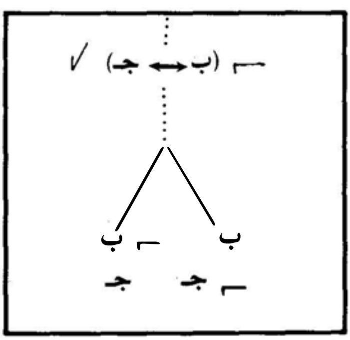
تأمرنا هذه القاعدة بشطب العبارة التشارطية وذلك بتفريع الجدع (أو الفرع) النازل المفتوح الذي يتضمنها إلى فرعين، ونكتب المتشارطين أحدهما فوق الآخر من سطرين متتابعين تحت

الفرع الأيمن، ونكتب المتشارطين مسلوبين أحدهما فوق الآخر من سطرين متتابعين (موازيين لسطري المتشارطين السابقين) تحت الفرع الأيسر.

ولتتعقل هذه القاعدة تذكر **أن التشارط يكون صادقاً إذا وفقط إذا صدق المتشارطان معاً أو كذباً معاً**؛ أي أن '(ب ↔ جـ)' تعود إلى '(ب ∧ جـ) ∨ (¬ب ∧ ¬جـ)'

وهذا ما تقوله قاعدة تشجير التشارط.

9.1.3.7. قاعدة تشجير التشارط المسلوب (تش $\overline{\leftrightarrow}$)



إذا كان............

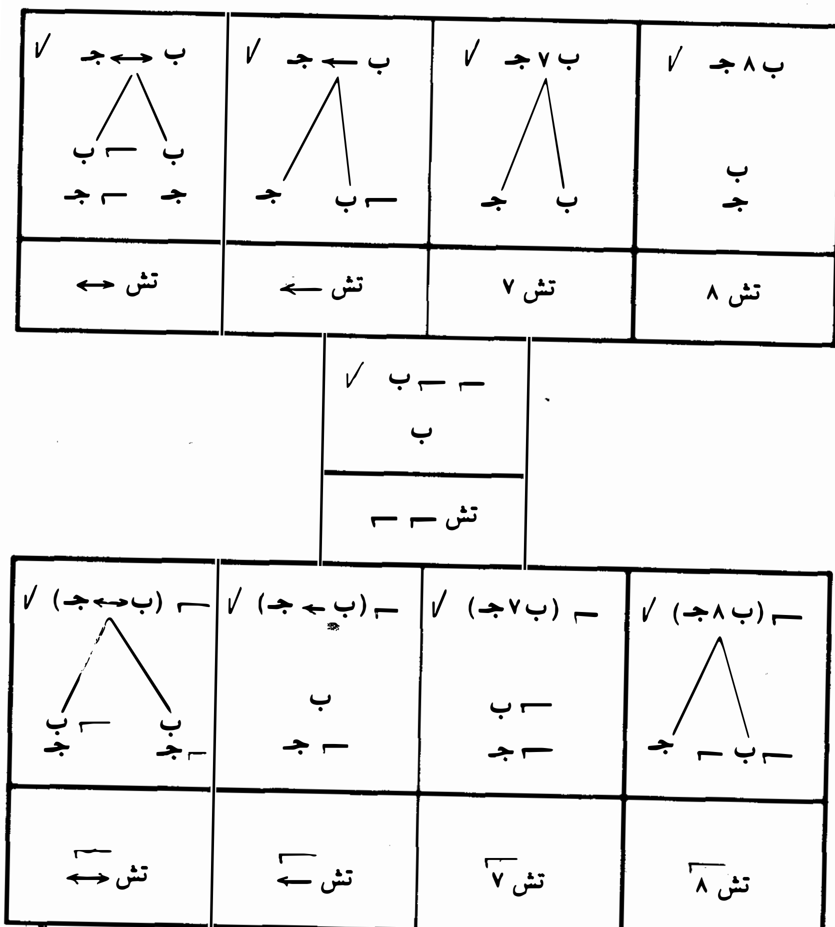
أكتب............

بعد أن نفرّع الجدع (أو الفرع) النازل المفتوح الذي يتضمن التشارط المسلوب المشطب عليه إلى فرعين، نكتب في نهاية الفرع الأيمن المتشارط الأول ويليه في سطر تحته سلب المتشارط الثاني، ونكتب في نهاية الفرع الأيسر سلب المتشارط الأول ويليه تحته نكتب المتشارط الثاني.

وبالفعل يكون التشارط كاذباً إذا وفقط إذا صدق المتشارط الأول وكذب الثاني أو كذب الأول وصدق الثاني، وهذا عينه ما تقوله قاعدة تشجير التشارط المسلوب.

2.3.7. تشييد الأَشجار الصدقية

بعد الانتهاء من تعداد قواعد الاستدلال الشجرِي نضعها لك في جدول لتسهيل حفظها :



مثال تطبيقي

لنشجر بواسطة هذه القواعد المجموعة القضوية التالية :

{ [ب ← (جـ ٨ ـ د)]، ـ (ب ٧ د)، (ـ ب ↔ د) } . كما سبق أن رأينا، علينا بترتيب عناصر المجموعة المراد تشجيرها الواحد منها تحت الآخر في جدع الشجرة هكذا :

.1	ب ← (جـ ٨ ـ د)	عم
.2	ـ (ب ٧ د)	عم
.3	ـ ب ↔ د	عم

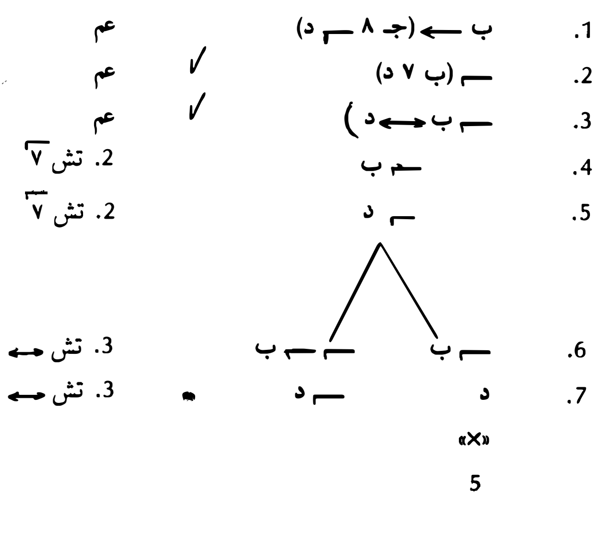
كل واحد من هذه العناصر مرشح للشطب لأنه يحتوي على عبارات غير طرفيه، - (إذ هناك الشرط والفصل المسلوب والتشارط) -، فبأيهم نبدأ ؟ نحن أحرار في اختيار أي عنصر شئنا وتطبيق القاعدة التشجيرية المناسبة عليه؛ فكل الاختيارات تؤدي إلى نفس النتيجة؛ أي تؤدي إلى انفتاح الشجرة إن كانت مفتوحة أو إلى انسدادها إن كانت مسدودة. لكن.. لكن لاتؤدي كل الاختيارات إلى نفس الرسم الشجري. فقد يكون هناك رسم شجري أكثر تعقيداً في اختيار ما، منه في اختيار آخر. وعليه ولهذا السبب فقط وقصد تجنّب الأشجار المعقدة الرسم **نقترح البدء دوماً بتطبيق القاعدة التي لاتؤدي إلى خلق فروع جديدة، إن وجدت إمكانية تطبيقها.**

بمراعاة هذه الحيلة، يكون المنصر رقم (.2) هو المرشح للبدء به لأن التشطيب عليه لايؤدي إلى إنشاء فروع جديدة :

.1	ب ← (جـ ٨ ـ د)		عم
.2	ـ (ب ٧ د)	✓	عم
.3	ـ ب ↔ د		عم
.4	ـ ب		.2 تش ـ٧
.5	ـ د		.2 تش ـ٧

لقد سجلنا نتائج التشطيب على العنصر 2 في السطرين 4 و 5 أحدهما فوق الآخر طبقاً لما تقوله قاعدة الفصل المسلوب (تش ٧) التي كتبنا اختصار اسمها في عمود التبرير إلى أقصى يسار الشجرة.

أمامنا الآن عنصران من المجموعة ينتظران التشطيب فبأيهما نبدأ ؟ بطبيعة الحال يمكن الابتداء بأي واحد منهما. **لكننا نرشح ذاك الذي يؤدي التشطيب عليه إلى انسداد واحد أو أكثر من فروع الشجرة ـ إن وُجد هذا العنصر** ـ. والرقم (.3) في جدع مثالنا يلبي هذا الاقتراح :



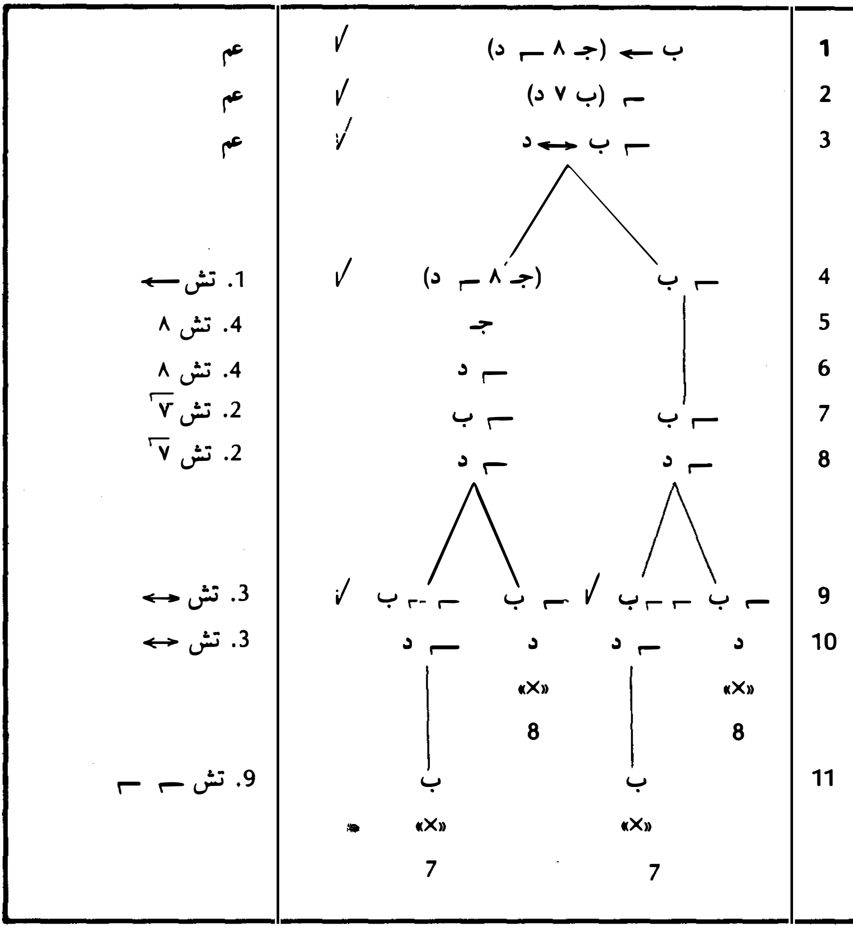
بعد تسجيل نتائج التشطيب على العنصر (.3) طبقاً لما تقوله قاعدة تشجير التشارط (تش ↔)، إنسد الفرع الأيمن لأنه يضم 'د' في السطر (.7) و 'ـــ د' في السطر (.5)؛ لذا أغلقناه بعلامة السد «×» وكتبنا تحتها رقم السطر الذي يظهر فيه النقيض. أما الفرع الأيسر فإنه يضم عبارة غير طرفية قابلة للتشجير وهي 'ـــ ـــ ب'، فلو طبقنا عليها

القاعدة المناسبة وأعدنا رسم الشجرة ككل نحصل على :

.1	ب ← (جـ ∧ ¬ د)			عم
.2	¬ (ب ∨ د)		✓	عم
.3	¬ ب ↔ د		✓	عم
.4	¬ ب			.2 تش ¬∨
.5	¬ د			.2 تش ¬∨
.6	¬ ب	¬ ¬ ب	✓	.3 تش ¬↔
.7	د	¬ د		.3 تش ¬↔
	«X» 5			
.8		ب		.6 تش ¬ ¬
		«X» 4		

لقد سُدَّت كل فروع هذه الشجرة رغم عدم إتمام تشطيب كل العناصر المصفوفة في جدعها؛ إذ ظلت هناك العبارة الشرطية رقم (.1) بدون علامة الشطب على يسارها. وهذا الأمر لا يمس في شيء فعالية الشجرة ووظيفتها. المهم أن المجموعة القضوية التي قمنا برسم شجرتها تلك، مجموعة غير متسقة لانسداد كل فروعها **حتى ولو بقيت فيها عبارات غير مشطبة بإحدى الجدوع أو الفروع المسدودة.**

لاحظ لو أننا لم نتبع ماذكرناه من حيل، فقد نصل إلى رسم هذه الشجرة الرباعية الفروع :



وهي شجرة تقول بالضبط عين ما قالته سابقتها، أي أن المجموعة القضوية المشجرة مجموعة غير متسقة. لكنها نقلت لنا هذا الخبر بشكل أكثر تعقيداً من تلك التي راعينا فيها الحيل المذكورة.

توفر لنا هذه الشجرة، مع ذلك، مناسبة وجوب تنبيهك إلى أمر مهم تتوقف عليه سلامة بناء الشجرة الصدقية : إن كانت متفرعة إلى فرعين أو أكثر وكانت هذه الفروع مفتوحة

وطبقت إحدى القواعد على عبارة يضمها الجدع المشترك لهذه الفروع فيجب أن تسجل نتائج التشطيب في نهاية كل الفروع النازلة منها.

(وهذا ما قمنا به في الخطوتين (7. و8.) والخطوتين (9. و10)).

أما لو طبقت القاعدة التشجيرية على عبارة لاتوجد في الجدع المشترك **بل توجد فقط في فرع واحد نازل مفتوح، فلا ينبغي** أن تسجل نتائج التشطيب على تلك العبارة **إلا في نهاية ذلك الفرع النازل منها بالذات دون غيره.** (وهذا ما قمنا به مثلاً في الخطوتين (5. و6)).

وبعد هذا المثال، نُجمل لك بإيجاز بعض التوجيهات العامة لتشجير أية مجموعة قضوية كانت :

1. صنِّف عناصر المجموعة القضوية أحدها فوق الآخر، لتكوِّن منها جدع الشجرة الصدقية.
2. إبدأ بتطبيق القاعدة التشجيرية التي لاتؤدي إلى إنشاء فروع جديدة، إن وجدت إمكانية تطبيقها؛
3. أتمم التشجير بتطبيق القاعدة التي عسى أن يؤدي تطبيقها بسرعة إلى انسداد فرع أو أكثر، إن وجدت إمكانية هذا التطبيق؛
4. إذا انعدمت إمكانية تطبيق 2 و3، إبدأ بتشجير أطول عبارة قضوية يضمها جدع الشجرة؛
5. أتمم 4 بالبدء من الرقم 2 مجدداً..

تمارين :

شجِّر المجموعات القضوية التالية :

أ. { [ب ← (جـ ↔ د)] ↔ [(ب ∧ جـ) ↔ (ب ∧ د)] }

ب. { [[(ب ∧ جـ) ∨ (ب ∧ د)] ∨ (جـ ∧ د)] ، (ب ← د] }

جـ { ـــ (ب ∧ جـ) ، [(جـ ∨ ب) ← هـ] ∧ [(ب ∧ جـ) ← ـــ ـــ ب$_1$] ،
(ـــ ب$_1$ ← ـــ ـــ جـ$_1$) ، ـــ ـــ جـ$_1$ }

4.7. نتائج التشجير الصدقي

1.4.7. الصحة والتناقض والعرضية شجرياً

نأتي الآن لضبط هذه المفاهيم الثلاثة التي تتوزع في حملها عبارات اللغة ق، وذلك بوضع تعاريفها من جهة واستعمال طريقة الأشجار الصدقية للبتّ فيها من جهة أُخرى.

لتعريف الصحة والتناقض والعرضية نلجأ لمفهوم عدم الاتساق الذي سبق لنا وضعه من قبل.

تعريف الصحة

تكون العبارة القضوية 'ب' صحيحة شجرياً إذا وفقط إذا كانت المجموعة { ¬ ب } مجموعة غير متسقة.

تعريف التناقض

تكون العبارة القضوية 'ب' متناقضة شجرياً إذا وفقط إذا كانت المجموعة { ب } مجموعة غير متسقة.

تعريف العرضية

تكون العبارة القضوية 'ب' عارضة شجرياً إذا وفقط إذا لم تكن المجموعة { ب } ولا المجموعة { ¬ ب } غير متسقة.

تذكير

تكون المجموعة { ب } غير متسقة إذا وفقط إذا كانت لها شجرة صدقية مسدودة.

جاءت هذه التعاريف بمتطلبات جديدة تجب مراعاتها عندما نستعمل الأشجار الصدقية قصد البتّ في الصحة أو التناقض أو العرضية.

وهكذا :

فللبتّ في صحة عبارة قضوية ما نشجّر المجموعة المكونة من سلب العبارة ذاتها.

وللبتّ في تناقض عبارة قضوية ما نشجّر المجموعة التي تتكون من العبارة ذاتها.

أما للبتّ في العرضية فنحن نحتاج لشجرتين؛ أولاهما للمجموعة المكونة من العبارة ذاتها، وثانيتهما للمجموعة المكونة من سلب نفس العبارة.

أمثلة

1. المطلوب البتّ فيما إذا كانت العبارة القضوية '[(ب ← جـ) ٨ ب] ← جـ' عبارة صحيحة.

أول خطوة يجب القيام بها لإنجاز هذا العمل هو سلب هذه العبارة ككل وتسجيلها في السطر الأول من جدع الشجرة :

1. ~[[(ب ← جـ) ٨ ب] ← جـ] ✓ عم

والآن ما علينا إلا بمتابعة عملية التشجير كما تمرّسنا بها من قبل :

.1	~[[(ب ← جـ) ٨ ب] ← جـ] ✓	عم
.2	(ب ← جـ) ٨ ب ✓	1. تش ~←
.3	~ جـ	1. تش ~←
.4	(ب ← جـ) ✓	2. تش ٨
.5	ب	2. تش ٨
.6	~ب	جـ	4. تش ←
	«X» 5	«X» 3	

لقد سدت كل فروع شجرة المجموعة القضوية المكونة من سلب عبارتنا **الأصلية**، وهذا يعني أن هذه العبارة المسلوبة متناقضة، ومادامت الصحة سلب للتناقض **فإن عبارتنا الأصلية غير المسلوبة عبارة صحيحة لانسداد شجرة نقيضها.**

2. **المطلوب البتّ فيما إذا كانت العبارة القضوية**
‘[(ب ← جـ) ٨ ¬ جـ] ٨ ب’ عبارة متناقضة.

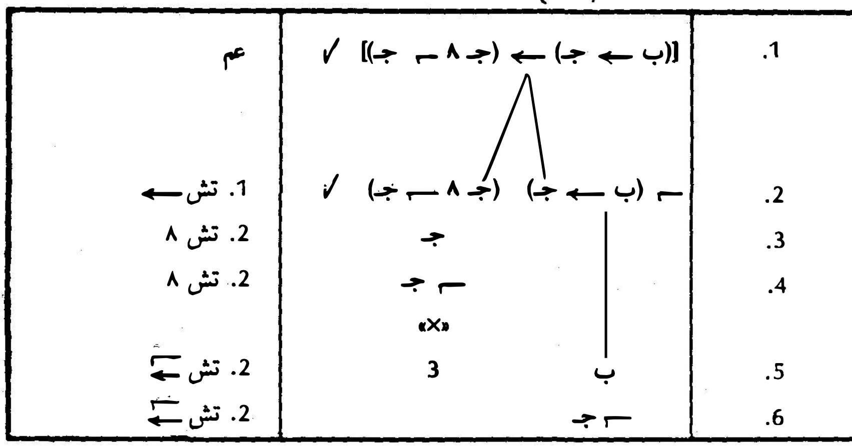
لسنا في حاجة للقيام بأي إجراء أولي لإنجاز البت فيما إذا كانت هذه العبارة تناقضية؛ لذا نمر مباشرة إلى تسجيلها في أول سطر من جدع الشجرة ونطبق عليها قواعد التشجير :

1.	[(ب ← جـ) ٨ ¬ جـ] ٨ ب	✓	عم
2.	(ب ← جـ) ٨ ¬ جـ	✓	1. تش ٨
3.	ب		1. تش ٨
4.	(ب ← جـ)	✓	2. تش ٨
5.	¬ جـ		2. تش ٨
6.	¬ ب | جـ		4. تش ←
	«×» «×»		
	3 5		

لانسداد كل فروع هذه الشجرة، نقول إن العبارة المطلوب البتّ فيها عبارة تناقضية.

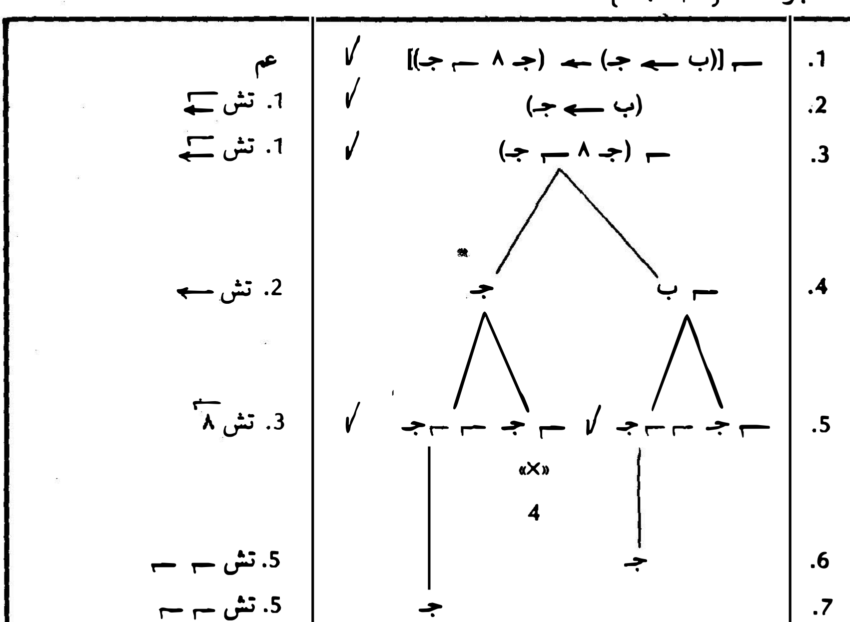
3. المطلوب البتّ في عرضية العبارة ‘[(ب ← جـ) ← (جـ ٨ ¬ جـ)]’. للتمكن من معرفة ما إذا كانت عبارتنا هذه عارضة أم لا، **نحتاج مبدئياً لشجرتين**؛ شجرة للمجموعة التي تكونها العبارة ‘[(ب ← جـ) ← (جـ ٨ ¬ جـ)]’ وشجرة للمجموعة التي يكونها سلب هذه العبارة، أي ‘¬ [(ب ← جـ) ← (جـ ٨ ¬ جـ)]’، ولعلك أدركت سبب التجائنا لهذا التشجير المزدوج، ذلك أننا نريد الوصول إلى أن العبارة موضوع نظرنا **ليست تناقضية وليست صحيحة في نفس الوقت.**

شجرت { ب }



لم تسد كل فروع هذه الشجرة، وهذا يعني أن العبارة ليست تناقضية. علينا إذن برسم شجرة المجموعة { ــ ب }

شجرة { ــ ب }



منْ جديد لم تسد كل فروع شجرة { ~ ب } ، وهذا يعني أن العبارة ليست صحيحة أيضا؛ وعليه بناءً على الشجرتين نحكم بأن '[(ب ← جـ) ← (جـ ∧ ~ جـ)]' عبارة عارضة.

2.4.7. رفع لالتباس محتمل

بعد هذه الأمثلة، نرى من الضروري تنبيهك إلى فكرة خاطئة قد تتبادر إلى ذهنك؛ مفادها أنه مادمنا قد اشترطنا انسداد كل فروع الشجرة المشيدة لمجموعة قضوية ما للحكم بتناقض العبارة المكونة لها، فلماذا لانشترط فقط انفتاح كل فروع الشجرة المشيدة لمجموعة قضوية ما للحكم بصحة العبارة المكونة لها دونما اللجوء إلى سلبها في البداية ؟ ربما كانت هناك نية حسنة وراء هذه الفكرة الخاطئة، نية تريد اقتصاد المجهود هادفة إلى وضع مثل هذا التعريف الفاسد : إذا انفتحت كل فروع الشجرة فإن العبارة المشجرة صحيحة*. ويشجع على هذه الفكرة الوهم التّالي :

مادام الفرع الواحد المفتوح يعطينا التأويل الذي يجعل كل عناصر المجموعة صادقة معاً؛ فإن انفتاح كل الفروع يعني أن عناصر المجموعة ستكون صادقة في جميع التأويلات.

نتجلي خطأ هذا الوهم بقولنا إننا قد نتوفر على شجرة مفتوحة كل فروعها ومع ذلك فإن العبارة المشجرة مجموعتها ليست صادقة باستمرار أي ليست صحيحة.
إليك هذا المثال البسيط :

.1	ب ← جـ ✓	عم
.2	~ ب جـ	1. تش ←

إنها بالفعل شجرة لا يوجد فيها أي فرع مسدود، ولكن العبارة '(ب ← جـ)' مع ذلك ليست صحيحة كما هو واضح لك.

إن انفتاح كل الفروع في شجرة ما، يعطينا فعلاً التأويلات الكافية التي تصدق فيها العبارة،[1] ولكن وهذا هو سر خطأ الوهم، فقد يكون هناك تأويل أو أكثر تكذب فيه العبارة ومع ذلك فإن الشجرة الصدقية لاتخبرنا به. لهذا السبب نلجأ إلى نفيها، وسلبنا لها ككل في البداية معناه أننا نطرح السؤال : هل من الممكن أن يوجد تأويل واحد على الأقل يجعل هذه العبارة الجديدة السالبة التي تكذِّب عبارتنا الأصلية صادقةً ؟ فإذا كان، فإن عبارتنا ستكذب مرة واحدة على الأقل وبالتالي فهي ليست صحيحة.

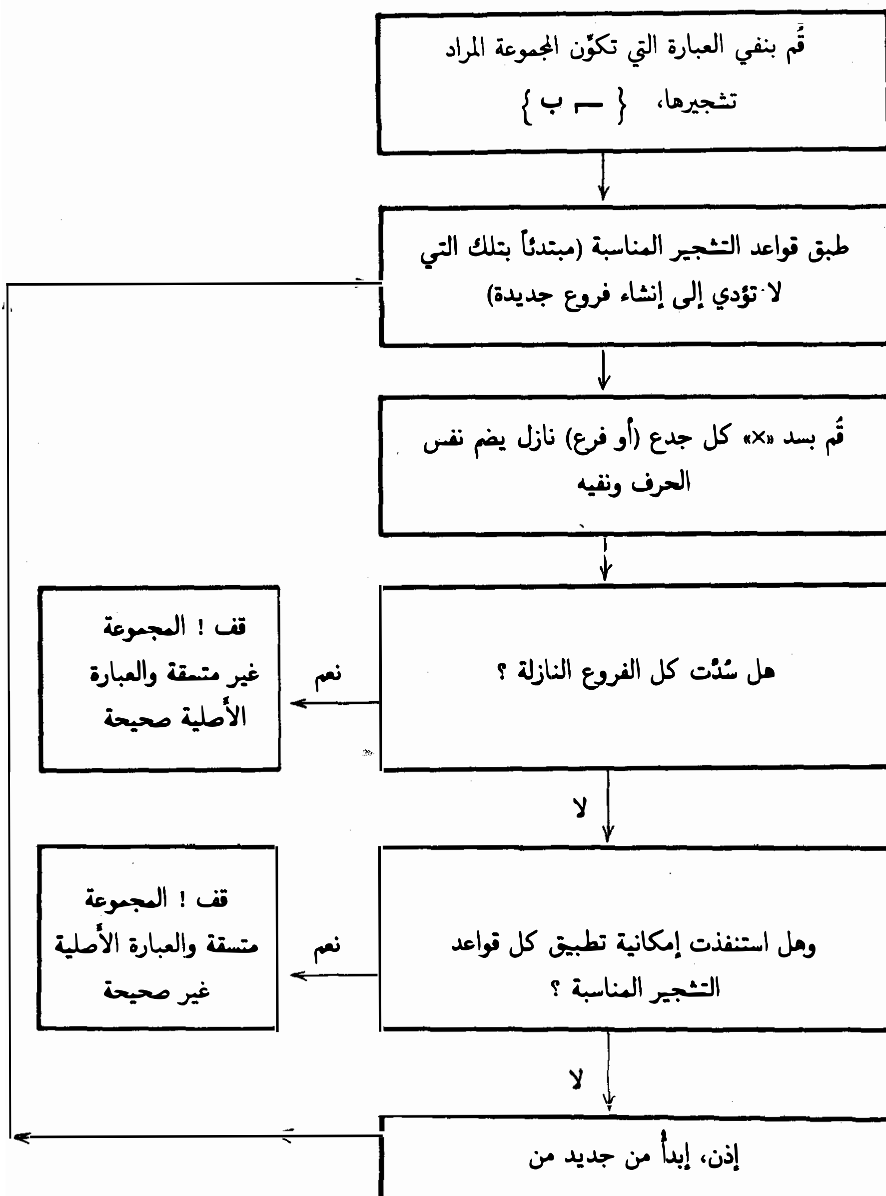
أضف إلى كل هذا أنك يمكن بسهولة أن تجد شجرة صدقية محدود أحد فروعها ومع ذلك فالعبارة المشجرة عبارة صحيحة كما هو حال :

.1	[(ب ٧ ـــ ب) ٧ (جـ ٨ ـــ جـ)] ✓		عم
.2	(ب ٧ ـــ ب) ✓	(جـ ٨ ـــ جـ) ✓	.1 تش ٧
.3	ب ـــ ب		.2 تش ٧
.4		جـ	.2 تش ٨
.5		ـــ جـ	.2 تش ٨
		«×»	
		4	

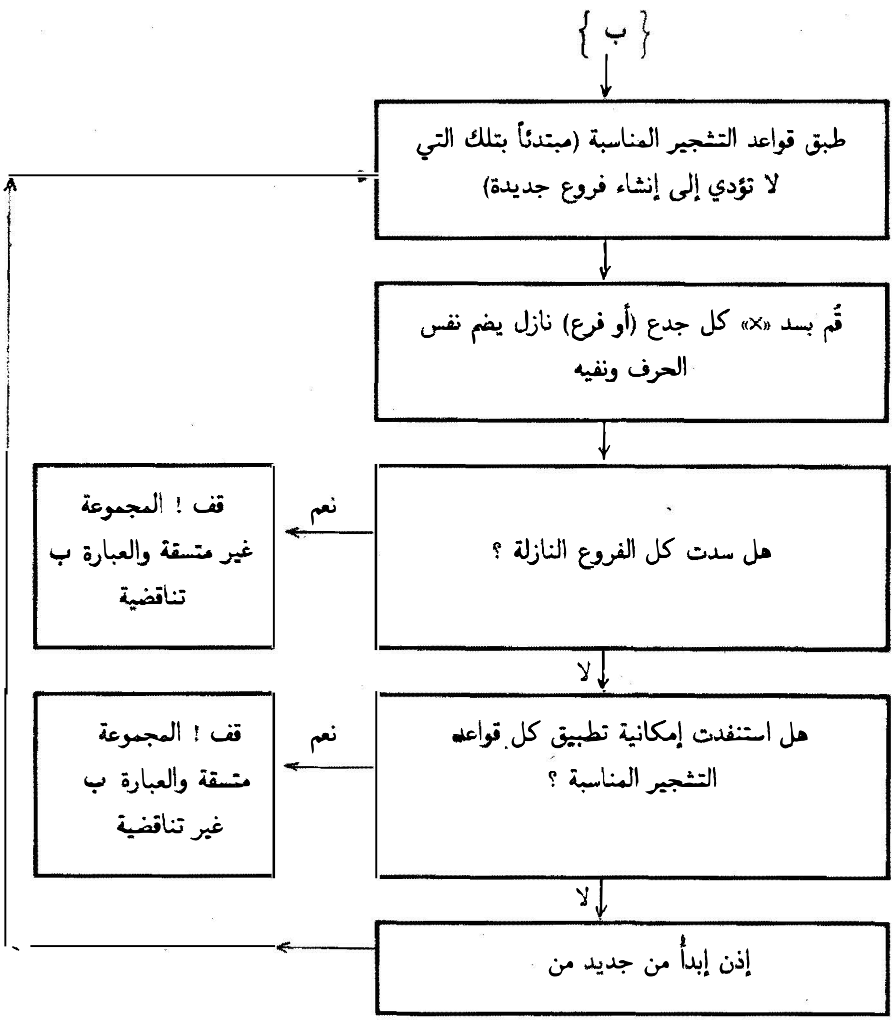
1) نقول : «التأويلات الكافية لصدق العبارة» وليس «كل التأويلات».

3.4.7. موجز استراتيجية البتّ في الصحة والتناقض والعرضية

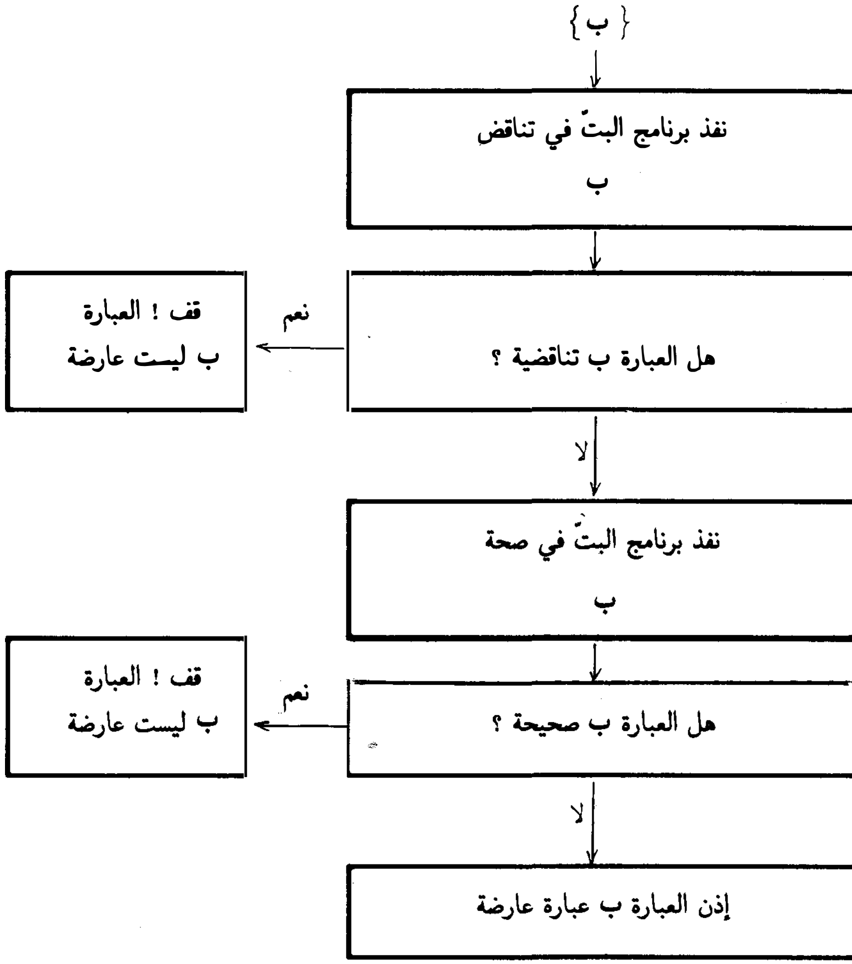
1.3.4.7 في الصحة



2.3.4.7. في التناقض



3.3.4.7. في العرضية



تمارين :

1. بواسطة طريقة أشجار الصدق قم بتعيين العبارات الصحيحة والتناقضية والعارضة من بين :

١ - (ب ٨ ـــ ب)

٢ - (جـ ٧ ـــ جـ)

٣ - (ب ← جـ) ← [ـــ جـ ← ـــ (ب ٨ هـ)]

٤ - (ب ← جـ) ٨ [(ب ← ـــ جـ) ٨ (ـــ ب ٧ جـ)]

٥ - (ـــ ب ↔ ـــ هـ) ٨ (ب ٨ ـــ هـ)

٦ - [ب ٧ (جـ ٧ ـــ د)] ٨ (د ٨ [(جـ ٧ ب) ← ـــ د])

2. استعمل طريقة الأشجار الصدقية لتحديد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة ! وإذا لم تكن العبارة صحيحة فقدّم التأويل الصدقي الذي يكذبها.

١ - (ب ← جـ) ٧ (جـ ← ب)

٢ - (ب ↔ جـ) ← (ب ٧ جـ)

٣ - ب ← [جـ ↔ (ـــ ب ↔ ـــ جـ)]

٤ - [(ب ← جـ) ٨ ـــ جـ] ← ـــ ب

٥ - [(ب ← جـ) ٨ ـــ ب] ← ـــ جـ

٦ - (ب ← (جـ ← د)) ↔ [(ب ← جـ) ← (ب ← د)]

4.4.7. اللزوم والتلازم شجرياً

1.4.4.7. اللزوم شجرياً

مما لاشك فيه أنه يمكنك الآن استعمال المفاهيم والتقنيات التي حصلتها في الفقرات الماضية، سواء أتعلق الأمر باللزوم أو بالتلازم.

لنحاول إذن توظيف التناقض وعدم الاتساق في تعريف اللزوم بعد عرض المثال التالي :

مثال

الاستدلال : إذا قطع سعيد عويطة مسافة 5000م في أقل من 13 دقيقة فإنه سيحطم الرقم القياسي العالمي.
وبالفعل قطع سعيد عويطة هذه المسافة في أقل من 13 دقيقة.

إذن، لقد حطم سعيد عويطة الرقم القياسي العالمي.

أمامنا هنا مجموعتان من الجمل، مجموعة تقع فوق خط الاستدلال ومجموعة تقع تحته؛ نُسمي المجموعة الأُولى كما تعلم باسم مجموعة المقدمات القضوية ونختصرها هكذا (مقض)، ونكتفي بتسمية المجموعة التي تقع تحت الخط باسم النتيجة ونرمز لها بـ'جـ'. ونسأل :
هل تستلزم مقدمات هذا الاستدلال نتيجته ؟ أو نسأل باختصار : هل هذا الاستدلال صحيحاً ؟
للتمكن من الإجابة عن هذين السؤالين بالاعتماد على طريقة أشجار الصدق نحتاج أولاً وقبل كل شيء لتعريف كلمة «تستلزم» الواردة في السؤال الأول، ولتعريف «الاستدلال الصحيح» الواردة في السؤال المختصر.

وهكذا، لتستلزم مقدمات الاستدلال نتيجته يجب أن تكون المجموعة المكونة من اتحاد مجموعة المقدمات (مقض) مع سلب مجموعة النتيجة، مجموعة غير متسقة. إن هذا الكلام يعني بلغة منطق القضايا، أن وصل المقدمات بسلب النتيجة يؤدي إلى عبارة تناقضية. وليتحقق عدم الاتساق وبالتالي تناقض العبارة الحاصلة يجب ـ كما تعلم ـ أن تكون كل فروع الشجرة الصدقية مسدودة.

لاستدلالنا أعلاه الصورة التالية :

ب ← ج

ب

―――――

ج

فلمعرفة ما إذا كانت المجموعة { (ب ← ج)، ب } تستلزم النتيجة 'ج' يجب أن يكون اتحاد المجموعة {(ب ← ج)، ب} بسلب النتيجة 'ج' غير متسق؛ أي ذا شجرة مسدودة. فما علينا إذن إلا بتشييد هذه الشجرة.

.1	ب ← ج ✓	عم
.2	ب	عم
.3	~ ج	عم
.4	~ ب ج	1. تش ←
	«×» «×»	
	2 3	

تَبُت لنا هذه الشجرة ذات الفروع المسدودة عن آخرها، في أن ' { (ب ← ج)، ب } ' تستلزم النتيجة 'ج'.

تعريف اللزوم شجرياً

تستلزم المجموعة المنتهية (مقض) النتيجة 'ج' إذا وفقط إذا كانت كل فروع شجرة '(مقض) U {~ ج}' مسدودة.

مثال ٢

الاستدلال : كل إنسان فان

سقراط إنسان

―――――

سقراط فان

صورته في اللغة القضوية : ب

ج

―――

د

لتكن (مقض) أي { ب ، جـ } مستلزمة لـ { د } يجب أن تنسد كل فروع شجرة { ب ، جـ } U {ـــ د } ، وإلا فإن مقدمات هذا الاستدلال لاتستلزم نتيجته قضوياً.

شجرة { ب، جـ } U {ـــ د } :

1.	ب	عم
2.	جـ	عم
3.	ـــ د	عم

إنها شجرة غير مسدودة لانفتاح الفرع الوحيد فيها، وعليه فإن { ب، جـ } لاتستلزم { د }

وللتذكير، فإن هذا يعني أنه رغم افتراضنا إثبات المقدمات ورفع النتيجة لم نتأدى إلى عدم الاتساق، بل ظل افتراضنا متسقاً. ومن ثمة فهناك تأويل واحد على الأقل يؤدي إلى تصديق المقدمات في الوقت الذي تكذب فيه النتيجة وهذا التأويل هو :

ب	جـ	د
ص	ص	ك

لقد فحصنا إذن، استدلالين اثنين، فوجدنا أن مقدمات الأول تستلزم نتيجته (= (ب ← جـ)، ب ⊨ جـ) بينما تأكدنا من أن مقدمات الثاني لاتستلزم قضوياً نتيجته (= ب، جـ ⊭ د). نسمي الاستدلال الأول استدلالاً صحيحاً ونسمي الثاني استدلالاً فاسداً ونضع :

تعريف الاستدلال الصحيح

يكون الاستدلال صحيحاً قضوياً إذا وفقط إذا استلزمت مقدماته نتيجته.

إن هذا التعريف الغير المباشر لصحة الاستدلال الذي اتخذ اللزوم له معرّفاً يمكن أن يصبح مباشراً لو صيغ على الشكل التالي :

تعريف الاستدلال الصحيح شجرياً

يكون الاستدلال صحيحاً قضوياً إذا وفقط إذا كانت كل فروع شجرة المجموعة المكونة من مقدماته وسلب نتيجته مسدودة.

وهكذا فلاختبار ما إذا كانت الصورة الاستدلالية التالية :

(ـــ ب ٧ ـــ جـ) ← د

(هـ ٨ ـــ د)

―――――――――

ب

صحيحة أم فاسدة، ما علينا إلا بتطبيق استراتيجية التشجير على المجموعة المكونة من المقدمات وسلب النتيجة :

.1	(ـــ ب ٧ ـــ جـ) ← د ✓		عم
.2	(هـ ٨ ـــ د) ✓		عم
.3	ـــ ب		عم
.4	هـ		2. تش ٨
.5	ـــ د		2. تش ٨
.6	ـــ(ـــ ب ٧ ـــ جـ) ✓	د	1. تش ←
.7	ـــ ـــ ب ✓	«×»	6. تش ـــ٧
.8	ـــ ـــ جـ	5	6. تش ـــ٧
.9	ب		7 تش ـــ ـــ
	«×»		
	3		

بانسداد كل فروع شجرة هذه المجموعة القضوية المكونة من مقدمات صورة استدلالنا وسلب نتيجته يكون استدلالنا الأصلي استدلالاً صحيحاً.

أما لو بقي هناك فرع واحد على الأقل مفتوحاً فإن هذا يُخْبِر، كما تعلم، بكون المجموعة المفحوصة مجموعة متَّسِقَة؛ ومن ثمة فهذا يدل دلالة قاطعة على أن الاستدلال الأصلي (أي الاستدلال الذي فُحِصت المجموعة المكونة من مقدماته وسلب نتيجته) استدلال غير صحيح؛ أي أنه استدلال فاسد كما هو حال الصورة :

الصورة الاستدلالية الأصلية المراد اختبارها :

(¬ب ∧ ¬ج)

(د ← ¬ب) ↔ ¬ج

هـ

د ∧ هـ

المجموعة المكونة من المقدمات وسلب النتيجة :

(¬ب ∧ ¬ج)

(د ← ¬ب) ↔ ¬ج

هـ

¬(د ∧ هـ)

الشجرة الصدقية لهذه المجموعة :

.1	¬ب ٨ ¬جـ ✓		عم
.2	(د ← ¬ب) ↔ ¬جـ ✓		عم
.3	هـ		عم
.4	¬(د ٨ هـ) ✓		عم
.5	¬ب		1. تش ٨
.6	¬جـ		1. تش ٨
.7	(د ← ¬ب) ✓	¬(د ← ¬ب)	2. تش ↔
.8	¬جـ	¬¬جـ ✓	2. تش ↔
.9		جـ	8. تش ¬¬
.10	¬د ¬ب	«×» 6	7. تش ←
.11	¬د ¬هـ «×» 3 ¬د ¬هـ «×» 3		4 تش ¬٨

تمارين :

هل تستلزم المقدمات المصفوفة على يمينك ما يُقابلها من نتائج على يسارك ؟

1. (ب ← جـ)، (جـ ← د)   ¬ب ٧ (جـ ٨ د)
2. (¬ب ← ¬جـ)، (¬جـ ← ¬د)، (¬د ← ¬ب) (ب ← جـ)
3. [(ب ٨ جـ) ٨ د] ٧ (¬ب ← ¬د)، (ب ← حـ)، (جـ ← د) (ب ↔ د)

2.4.4.7. الأشجار الاشتقاقية

أو الأشجار الصدقية الصاعدة

في الفقرة الماضية كنا نبت في حضور اللزوم أو غيابه بطريقة نقول عنها الآن إنها غير مباشرة، وبالفعل فنحن بالواقع كنا نقوم بافتراض إمكانية وجود حالة مضادة يمكن أن تصدق فيها المقدمات مجتمعة وتكذب النتيجة؛ فإن انعدمت هذه الإمكانية نرجع القهقري للحكم بحضور اللزوم أو بصحة الإستدلال. ولمزيد من التبسيط نقول إن في هذه الطريقة الغير المباشرة أو الداحضة (من الدحض) يكون لسان حال مستعملها كمن يقول : «إذا كان استدلالك صحيحاً (أو إذا كانت مقدماتك تستلزم نتيجتك)، فإن وضع مقدماتك مع سلب النتيجة أمر ممتنع، وإلا كان استدلالك فاسداً».

في مقابل هذه الطريقة التي أطلقنا عليها من قبل (ص : 102 أعلاه) طريقة الأشجار الصدقية النازلة لنزولنا من امتناع النقيض، ندخل لك فيما يلي طريقة مباشرة للبت نواجه فيها المقدمات وبفضل قواعد مضبوطة (منها المعروف لك ومنها ما سنعرفك عليه) نعمل على الصعود إلى النتيجة في كل الفروع (أو الجدوع) المفتوحة، إذا كان الاستدلال صحيحاً. سنُطلق عليها اسم الأشجار الصدقية الصاعدة[1] لتمييزها عن سابقتها.

1.2.4.4.7. قواعد الاستدلال الشجري الصاعد

تتوقف استراتيجية ممارسة الاشتقاقات الشجرية على شبكة من القواعد الاستدلالية؛ يتداخل فيها التشجير النازل والصاعد. وما دُمتَ قد حصّلت قواعد التشجير النازل فما عليك إلا بإضافة ما يلي من قواعد لضبط صعودك إلى اشتقاق العبارات المطلوبة ضبطاً صحيحاً.

1) يطلق عليها R. Jeffrey اسم «الشجرة الاستباطية» أو «شجرة الاستنباط»، انظر كتابه :
Formal Logic, Its Scope And Limits, Mc Graw – Hill Book Company, New york, 1981, pp. 31 – 36.

1.1.2.4.4.7. قاعدة تركيب الوصل (تر ٨)

إذا كان.............	. . . ب . . . جـ
أكتب.............	ب ٨ جـ

مثال ١

هل تستلزم العبارة 'ب ٨ (جـ ٨ د)' العبارة :

'(ب ٨ جـ)' ؟

إن المطلوب هنا إذن هو اشتقاق النتيجة '(ب ٨ جـ)' من المقدمة '[ب ٨ (جـ ٨ د)]'. وللتمكن من هذا الاشتقاق نضع المقدمة في جدع الشجرة ونبدأ بتطبيق قواعد التشجير النازل، وكلما ظهرت إمكانية تطبيق قاعدة (تر ٨) نبادر بذلك. لاحظ :

*

.1	ب ٨ (جـ ٨ د)	مق
.2	ب	1. تش ٨
.3	جـ ٨ د	1. تش ٨
.4	جـ	3. تش ٨
.5	د	3. تش ٨
.6	(ب ٨ جـ)	2، 4. تر ٨

إذن، [ب ٨ (جـ ٨ د)] ⊨ (ب ٨ جـ)

مثال ٢

قم باشتقاق '(ب ٨ جـ)' من '[ب ٧ (ب ٨ جـ)] ٨ جـ' !

أول ما نبدأ به هو تصفيف المقدمة أو المقدمات في جدع الشجرة :

1. [ب ٧ (ب ٨ جـ)] ٨ جـ — مق

ثم نشجر بالقواعد النازلة :

2. ب ٧ (ب ٨ جـ) — 1. تش ٨
3. جـ — 1. تش ٨
4. ب — (ب ٨ جـ) — 2. تش ٧

لاحظ أن 'جـ' في (3.) و 'ب' في (4.) تقعان في نفس الفرع النازل، فلنا إذن أن نطبق قاعدة (تر ٨) :

3. جـ
4. ب — ب ٨ جـ
5. ب ٨ جـ — 3، 4. تر ٨

أما في الفرع الأيسر، فالنتيجة ظاهرة.

ملاحظة : تنطبق قاعدة (تر ٨) مادام الفرع النازل مسترسلاً؛ أي سواء أكان عموديا أم مائلاً.

2.1.2.4.4.7. قاعدة تركيب الفصل (تر ٧)

إذا كان..........	ب	جـ
أكتب............	ب ٧ جـ	ب ٧ جـ

تأمرنا هذه القاعدة باستنتاج الفصل من أية عبارة قضوية معطاة بشرط أن تكون هـذه العبارة من مكونات ذلك الفصل.

مثـــال : قم بـــاشتقـــاق شجري لـ '(ـــ ب ٧ د)' من '(ـــ ب ٧ جـ) ٨ (ـــ جـ ٧ د)' !

.1	(ـــ ب ٧ جـ) ٨ (ـــ جـ ٧ د)	مق
.2	ـــ ب ٧ جـ	1. تش ٨
.3	ـــ جـ ٧ د	1. تش ٨
.4	ـــ ب جـ	2. تش ٧
.5	ـــ ب ٧ د	4. تر ٧
.6	ـــ جـ د	3. تش ٧
	«×»	
.7	4 ـــ ب ٧ د	6 تر ٧

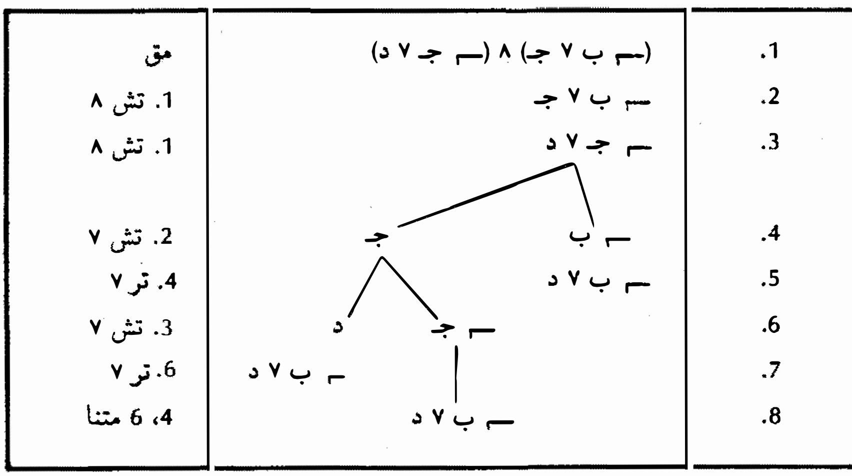
راقب الخطوة (5.) والخطوة (7.) حيث طبقنـا قـاعدة تركيب الفصل لاشتقـلق النتيجة '(ـــ ب ٧ د)' في كل الفروع النازلة المفتوحـة. وقـد تتسـاءل مـا العمل فيمـا لو كـان الفرع النازل مسدوداً ؟

ها هنا بـالضبـط يبرز فرق آخر بين الشجرة الصـدقيـة النـازلـة وبين شجرتنـا الجـديـدة الصاعدة، ذلك أننا لن نقوم فيها بسد الفروع التي تتضمن نفس الحرف ونفيـه، بل نستبـدل هـذا المبدأ بالمبدإ التالي :

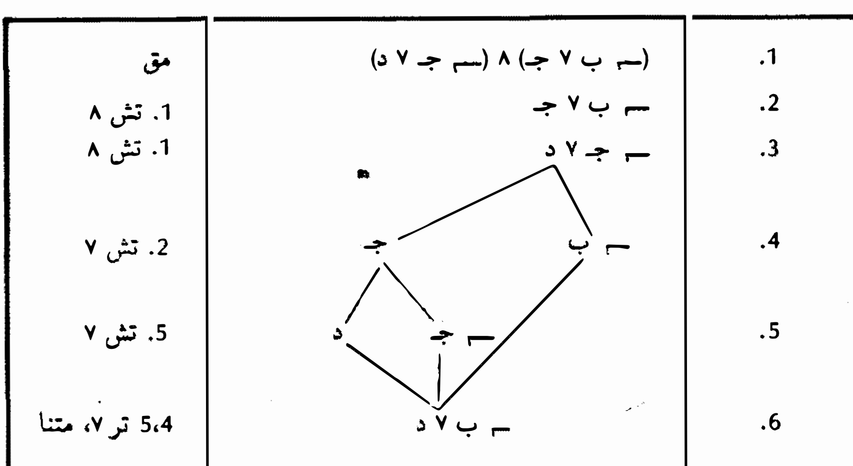
إذا كان.........	. . . ب ـــ ب
أكتب..........	جـ

(متنا)

الذي يقول : عن التناقض يمكنك أن تشتق أية عبارة. وهكذا تصبح الشجرة الماضية على هذا الشكل :



أو على هذا الشكل[1] :



1) انظر، R. Jeffrey، ص 33.

ويُمكنك تحويلها إلى جدول إشتقاقي كما فعل R. Jefferey :

(ـــ ب ٧ جـ) ٨ (ـــ جـ ٧ د)

ـــ ب ٧ جـ

ـــ جـ ٧ د

<table dir="rtl">
<tr><td rowspan="2">ـــ ب</td><td colspan="2">جـ</td></tr>
<tr><td>ـــ جـ</td><td>د</td></tr>
</table>

ـــ ب ٧ د

3.1.2.4.4.7. قاعدة تركيب الوصل المسلوب (تر٨̄)

إذا كان................	ـــ ب	ـــ جـ
أكتب.................	ـــ (ب ٨ جـ)	ـــ (ب ٨ جـ)

تأمرنا هذه القاعدة باشتقاق الوصل المسلوب من أية عبارة منفية، بشرط أن تدخل هذه العبارة قبل نفيها ضمن موصولات ذلك الوصل المسلوب.

مثال

ستقوم باشتقاق 'ـــ (ب ٨ جـ)' من المقدمة '[ـــ ب ٧ (ـــ جـ ٨ د)]' :

.1	[ـــ ب ٧ (ـــ جـ ٨ د)]	مق
.2	ـــ ب (ـــ جـ ٨ د)	1. تش ٧
.3	ـــ جـ	2. تش ٨
.4	د	3. تش ٨
.5	ـــ (ب ٨ جـ)	3،2 تر ٨

إبان هذا الاشتقاق الشجري، كان لنا موعد مع الفرع الأيسر من السطر 2، حيث طبقنا قاعدة (تش ٨) مما أدى بنا إلى الحصول على 'ـــ حـ' في (.3) وعلى 'د' في (.4) ولعلك لاحظت أننا لم نحتج لـ 'د' فيما تبقى من خطوات؛ لذا ولمزيد من البساطة والاختصار نقترح عليك صيغة معدلة لقاعدة تشجير الوصل نطلق عليها اسم (تش ٨ م). يُمكننا هذا التعديل من استنتاج موصول واحد فقط. وعادة ما يكون استنتاجنا هذا مبنيٌّ على حاجتنا لهذا الموصول بالذات فيما يتقبل من خطوات اشتقاقية. وهكذا تصبح (تش ٨م) المعدلة على هذه الصورة :

إذا كان............	⋮ ب ٨ جـ ⋮	⋮ ب ٨ جـ ⋮
أكتب............	ب	جـ

بمراعاة هذا التعديل تصبح الشجرة الماضية هكذا :

.1	¬ ب ٧ (¬ جـ ٨ د)	مق
.2	¬ ب ¬ جـ ٨ د	1. تش ٧
.3	¬ جـ	2. تش ٨ م
.4	¬ (ب ٨ جـ)	3،2 ¬تر ٨

4.1.2.4.4.7. قاعدة تركيب الفصل المسلوب (¬تر ٧)

	⋮
إذا كان..........	¬ ب
	¬ جـ
أكتب...............	¬ (ب٧جـ)

إذا اجتمع لك حرفان قضويان منفيان في إحدى الطرق النازلة المترسلة (أي في جدع نازل أو فرع نازل)، فلك الحق بأن تركب من تلك الحروف القضوية (قبل نفيها بالطبع) فصلاً مسلوباً.

مثال : سنقوم باشتقاق 'ـــ (ب ٧ جـ)' من المقدمة '[(ب ٨ جـ) ٧ ـــ ب] ٨ ـــ جـ'.

.1	[(ب ٨ جـ) ٧ ـــ ب] ٨ ـــ جـ	مق
.2	(ب ٨ جـ) ٧ ـــ ب	1. تش ٨
.3	ـــ جـ	1. تش ٨
.4	(ب ٨ جـ) ـــ ب	2. تش ٧
.5	جـ	4. تش ٨ م
.6	ـــ (ب ٧ جـ)	(4،3) (5،3) تر $\overline{٧}$، متنا

5.1.2.4.4.7. قاعدة تركيب الشرط (تر ←)

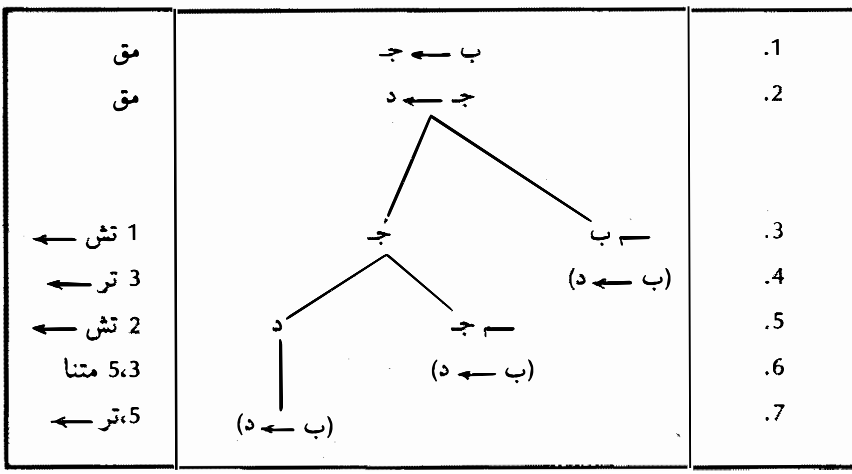
إذا كان............	ـــ ب	جـ
أكتب..............	ب ← جـ	ب ← جـ

لتدرك هذه القاعدة إدراكاً حدسياً مبسطاً، نقترح عليك قراءتها على هذا النحو : «إذا كَذِبت 'ب' فإن صدقها يُنتججـ». أما لو شئتَ تصورها بشكل أكثر تعقلاً، فما عليك إلا اعتماد ما سبقها من قواعد لإنتاجها خاصّة منها قاعدة تركيب الفصل. فأنت على علم بأن 'ب ← جـ' متلازمة مع 'ـــ ب ٧ جـ' وبناءً على قاعدة الفصل المذكورة والقائلة بأنه إذا كان'ب' فلنا أن نكتب 'ب ٧ جـ' يمكنك أن تستنتج من 'ـــ ب' العبارة الفصلية 'ـــ ب ٧ جـ' أي بناءً على التلازم المذكور يمكنك أن تستنتج 'ب ← جـ' من 'ـــ ب'.

هذا عن الشق الأول من القاعدة، أما عن الشق الثاني منها فليس من الصعب عليك أن تدرك مشروعيته؛ وذلك باتباع نفس خيط التفكير الذي قادك إلى تصور الشق الأول.

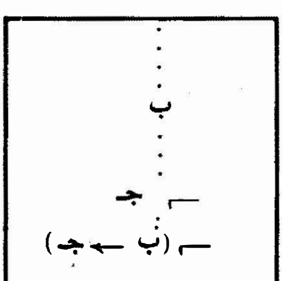
مثال

سنقوم باشتقاق '(ب ← د)' من المقدمات '(ب ← جـ)' '(جـ ← د)'.



6.1.2.4.4.7. قاعدة تركيب الشرط المسلوب (تر ـــ←)

إذا كان.............

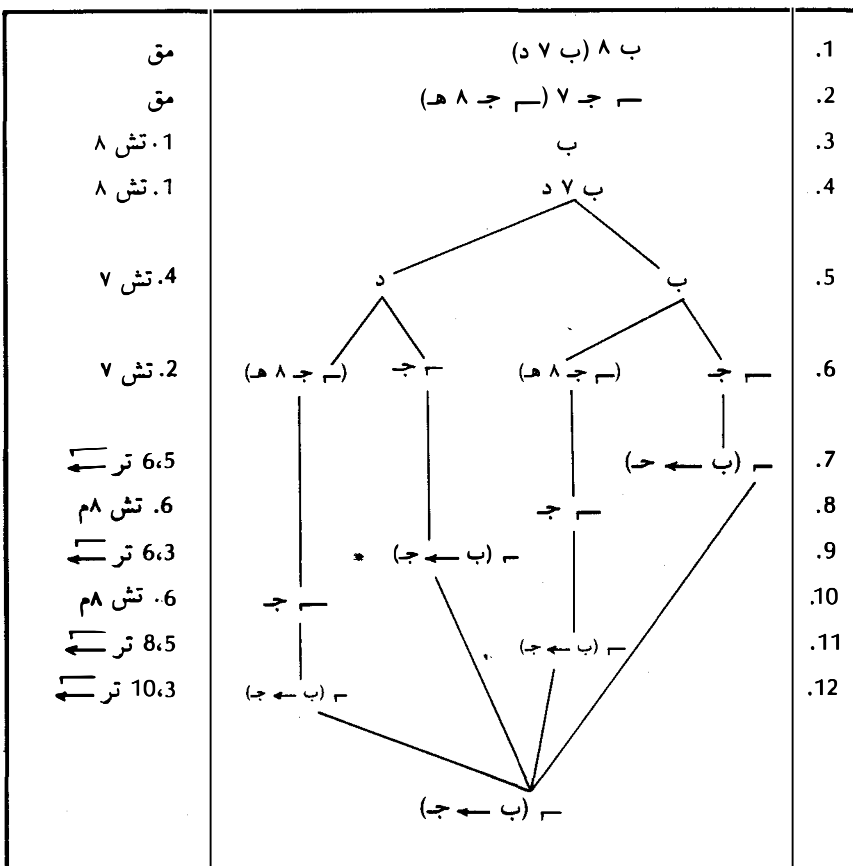


أكتب..............

إذا اجتمع لك في نفس الطريق النازل المسترسل 'ب' و 'ـــ جـ'، فإن هذه القاعدة (تر ـــ←) تسمح لك باشتقاق 'ـــ (ب ← جـ)'.

مثال

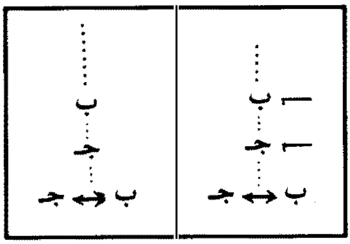
سنقوم باشتقاق النتيجة '¬ (ب ← جـ)' من المقدمات 'ب ٨ (ب ٧ د)'، '¬ جـ ٧ (¬ جـ ٨ هـ)' :



7.1.2.4.4.7. قاعدة تركيب التشارط (تر↔)

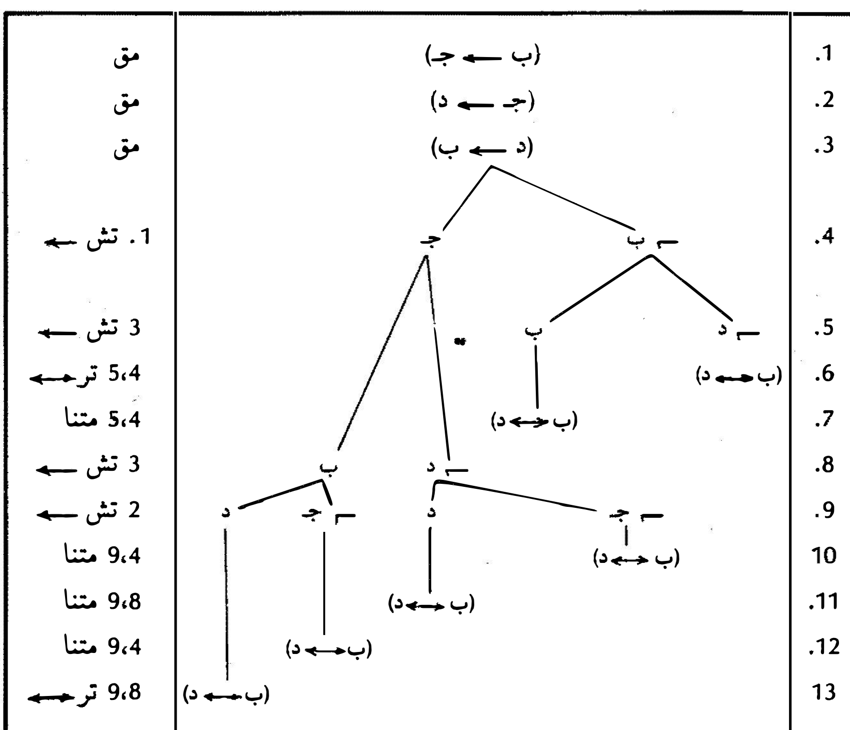
إذا كان............

أكتب...............



مثال : سنقوم باشتقاق '(ب ← د)' من المقدمات :

'(ب ← جـ)' (جـ ← د)، (د ← ب)'.



8.1.2.4.4.7. قاعدة تركيب التشارط المسلوب (تر $\overline{\leftrightarrow}$)

إذا كان............	ب ¬ جـ	جـ ¬ ب
أكتب............	¬ (ب ↔ جـ).	¬ (ب ↔ جـ)

لو حاولت قراءة هذه القاعدة قراءة صدقية، فإنك ستقول : إذا كانت 'ب' صادقة و 'حـ' كاذبة، أو العكس، فإنه ينتج أن 'ب' ليست متشارطة مع 'حـ''. وهذا مختلف عن قاعدة اشتقاق التشارط التي ربّما قرأتها على هذا الشكل : إن أتحدت قيم 'ب' و 'حـ'، فلنا تركيب '(ب ↔ حـ)'.

أما المثال على هذه القاعدة فنتركه لك كتمرين، عليك إذن باشتقاق النتيجة : '¬ (ب ↔ حـ)' من المقدمات : '(ب ٧ جـ)، ¬ (ب ٨ جـ)'.

تمارين

1. حول الأشجار الصدقية الصاعدة الواردة في الفقرة الماضية إلى أشجار صدقية نازلة.
2. قم باشتقاق النتائج التالية من مقدماتها :

أ . (ب ← جـ) من [ب ← (ب ← جـ)].

ب. [جـ ← (ب ← د)] من [ب ← (جـ ← د)].

جـ. [(ب ← جـ) ← جـ] من ب.

د. (جـ ٨ د) من (ب ٨ جـ)، د

هـ. د من (ب ٧ ب)، ب ← د.

3.4.4.7. التلازم شجرياً

سبق أن درسنا من قبل (ص. 56) أن التلازم ما هو إلا لزوم وعكسه؛ وعليه فإن أثبتت لنا الطريقة الشجرية النازلة أن العبارة 'ب'، مثلاً، تستلزم العبارة 'حـ' وأن 'حـ' تستلزم 'ب' فلنا أن نحكم بأن "ب' متلازمة مع 'حـ''. غير أن مسعانا هذا في تبيُّن التلازم يتطلب تشييد شجرتين منفصلتين؛ الأمر الذي يؤدي إلى إضاعة الوقت والمجهود. لذا نريد هنا تجاوز هذا

البت المزدوج واضعين للتلازم التعريف الشجري التالي :

تعريف التلازم شجرياً

تتلازم العبارة ‹ب› مع العبارة ‹جـ› إذا وفقط إذا كانت الشجرة الصدقية النازلة للمجموعة القضوية {¬ (ب ↔ جـ)} مسدودة.

فلمعرفة ما إذا كانت العبارة ‹(¬ ب ٧ جـ)› متلازمة مع ‹(ب ← جـ)›، لم نعد في حاجة لفحص شجرة اللزوم من الأولى إلى الثانية في خطوة، وفحص عكسه، أي من الثانية إلى الأولى في خطوة أخرى؛ بل نقوم مباشرة بتشييد شجرة المجموعة القضوية :

{¬ [(¬ ب ٧ جـ) ↔ (ب ← جـ)]}

فإن سدت كل فروعها النازلة، استقر الدليل على التلازم الحاصل بينهما.

وهكذا تكون لنا الشجرة المسدودة التالية :

1	¬ [(¬ ب ٧ جـ) ↔ (ب ← جـ)]			عم
2	(¬ ب ٧ جـ) ✓			1 تش ¬↔
3	¬ (ب ← جـ) ✓			1 تش ¬↔
4		¬ (¬ ب ٧ جـ) ✓		1 تش ¬↔
5		(ب ← جـ) ✓		1 تش ¬↔
6	ب			3 تش ¬←
7	¬ جـ			3 تش ¬←
8		¬ ¬ ب ✓		4 تش ¬٧
9		¬ جـ		4 تش ¬٧
10		ب		8 تش ¬ ¬
11	¬ ب (×) 6	جـ (×) 7			2 تش ٧
12		¬ ب (×) 10	جـ (×) 9		5 تش ←

تمارين

1. هل الأزواج القضوية التالية متلازمة فيما بينها ؟

أ . {((ب ٨ جـ) ، ¬ (¬ ب ٧ ¬ جـ) }

ب. {((ب ٧ جـ) ، ¬ (¬ ب ٨ ¬ جـ) }

جـ. {((ب ٨ ¬ جـ) ، ¬ (ب ← جـ) }

د. { (ب ↔ جـ) ، (ب ← جـ) ٨ (جـ ← ب) }

هـ. { (¬ ب ↔ جـ) ، ¬ (ب ↔ جـ) }

استعمل الأشجار الصدقية النازلة للبتّ في ذلك !

2. باستعمالك للأشجار الصدقية، بيِّن الأزواج القضوية غير المتلازمة، مستخرجاً القيم الصدقية التي تؤدي إلى صدق أحد طرفيها في الوقت الذي يكذب فيه الآخر.

أ . { ب ← (جـ ↔ د) ، [(ب ← جـ) ↔ (ب ← د)] }

ب. { ¬ (ب ٧ جـ) ، (¬ ب ٧ ¬ جـ) })

جـ. { [(ب ٨ جـ) ← د] ، [(ب ← د) ٨ (جـ ← د)] }

د. { [ب ← (جـ ← د)] ، [(ب ← جـ) ← د] }

هـ. { [(ب ← جـ) ٨ ب] ، جـ }

الفصل الثـامن

طرق البتّ في منطـق القضـايـا : الإستنبـاط الطبيعي

1.8. تمهيد

فيما يلي ندخل طريقة جديدة لفحص الاستدلالات القضوية؛ طريقة أراد لهـا واضعوهـا أن تكون موازيـة أو مجـاريـة لأصنـاف التفكير الطبيعي الـذي يُمـارسـه الإنسـان في الحيـاة اليومية؛ ومَن هنا الاسم الذي أطلق عليها.

وعلى خلاف طريقـة جـداول الصـدق وطريقـة التحليل الصـدقي اللتـان تتعـامـلان مـع الاستدلالات القضوية، باعتبارهـا عبـارات قضويـة معطـاة بصورة قبليـة مـا على الفـاحص إلا اختبار صحتها من فسادهـا، يريـد الاستنبـاط الطبيعي التعـامل مع الاسـتـدلالات انطلاقـاً من مقدماتها باحثاً عن إمكانية اشتقاق النتيجة منها بواسطة عمليتين عقليتين أسـاسيتين : التحليل والتركيب.

تقوم مجموعة من القواعد بضبط عملية التحليل التي تؤدي إلى تفكيك العبـارات؛ بينمـا تعمـل مجمـوعـة مـوازيـة لـلأُولى على ضـبـط عمليـة التركيب التى تقـود إلى إعـادة تـشكيـل العبارات المركبة. نطلق على القواعد الأُولى اسم **قواعد* الحدف** بينما نطلق على الثـانيـة اسم **قواعد الإدخال**.

2.8. قواعد الاستنباط الطبيعي

1.2.8. قاعدة التكرار (تك)

إذا كان.............	ب
أُكتب.............	ب

تسمح لنا هذه القاعدة باستنباط العبارة من نفسها؛ فحيثما احتجنا لعبارة ما سبق ظهورها خلال عملية الاستنباط (إما ضمن المقدمات أو ضمن المتنبطات)، فلنا الحق في إعادة استحضارها بتسجيلها على يسار خط مدى الاستنباط أسفل خط الاستنباط.

مثال

.1	ب ∧ جـ	ف
.2	ب	ف
.3	ب	2. تك

يتكون هذا المثال البسيط من عدة مكونات، لابد لك من معرفتها منذ الآن. فعلى يمين الخط العمودي النازل سُجّلت أرقام تضبط لك عبارات العملية الاستنباطية من (1) إلى (3). أما الخط العمودي النازل فهو الذي نطلق عليه **خط مدى الإستنباط** [1] وتكمن وظيفة هذا الخط مبدئياً في ضبطه للإستنباطات التي تتم إنطلاقاً من العبارات المجلة بجانبه مباشرة، وسنعود فيما بعد لإضافة توضيحات أخرى حوله. أما على يساره فإننا نلاحظ وجود مجموعتين من العبارات يفصلها خط أفقي نطلق عليه اسم **خط الإستنباط**؛ فما فوقه فرضيات للاستنباط وما تحته مُستنبطات منها بواسطة قاعدة ما من قواعد الإستنباط الطبيعي. وأخيرا نجد في أقصى يسار الرسم رموزاً تُبرر لنا مكانة كل عبارة عبارة داخل العملية الإستنباطية ؛ فالحرف «ف» يختصر لنا «فرضية»، أما الرموز الأخرى (مثلاً «2 تك») فهي للقواعد التي تبرّز لنا تسجيل العبارة الجديدة الناجمة عن تَطبيق القاعدة على العبارة التي يظهر رقمها في مقدمة الرمز.

1) The Scope line of the deduction

2.2.8. قاعدتا حدف الوصل (ح ٨) وإدخاله (ل ٨)

(ح ٨)	إذا كان............	ب ٨ جـ	ب ٨ جـ
	أكتب..............	ب	جـ

من عبارة وصلية '(ب ٨ جـ)' يمكنك استنباط إحدى موصولاتها بتطبيق هذه القاعدة؛ من هنا صياغتها المزدوجة، فلك أن تحدف الوصل وتتخلص إما 'ب' أو تتخلص 'جـ'.

(ل ٨)	إذا كان.............	ب جـ
	أكتب..............	ب ٨ جـ

من عبارتين تقعان ضمن خط مدى الاستنباط يمكنك اشتقاق عبارة وصلية بإدخال رابط الوصل.

مثال :

من المقدمات ' { (ب ٨ جـ)، (د ٨ هـ) } ' نريد استنباط النتيجة '[ب ٨ (جـ ٨ هـ)]'؛ لذا نبدأ بأخذ المقدمات باعتبارها فرضيات للإستنباط، ثم نشرع في تطبيق القواعد، إلى أن نصل إلى اشتقاق النتيجة :

.1	ب ٨ جـ	ف
.2	د ٨ هـ	ف
.3	ب	1.ح ٨
.4	جـ	1.ح ٨
.5	هـ	2.ح ٨
.6	(جـ ٨ هـ)	4 + 5 ل ٨
.7	[ب ٨ (جـ ٨ هـ)]	3 + 6 ل ٨

3.2.8. قاعدتا حذف الشرط (ح ←) وإدخاله (ل ←)

(ح ←)

إذا كان............ ب ← جـ
ب
أكتب.............. جـ

ليست قاعدة حذف الشرط هذه إلا تعبيراً عن مبدإ الوضع المشهور والقائل بأن وضع مقدّم القضية الشرطية يؤدي إلى استنتاج تاليها.

مثال

من المقدمات ' { (ب ٨ جـ)، (ب ← ــ د) }' نريد استنباط النتيجة '(جـ ٨ ــ د)' :

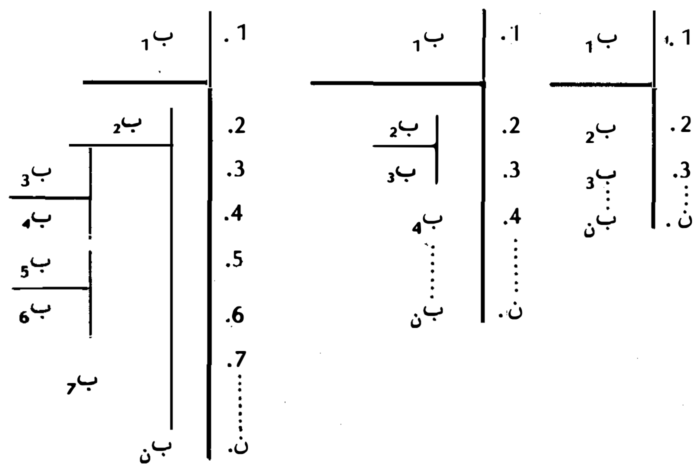
.1	ب ٨ جـ	ف
.2	ب ← ــ د	ف
.3	ب	1.ح ٨
.4	ــ د	3 + 2 ح ←
.5	جـ	1 ح ٨
.6	(جـ ٨ ــ د)	3 + 5 ل ٨

ل ←

إذا كان............ ب
جـ
أكتب.............. ب ← جـ

لعل أول مالفت نظرك في صياغة هذه القاعدة هو وجود خطيّن لتحديد مدى الاستنباط. ولقد سبق ان وعدناك بإضافة توضيحات حول خط مدى الاستنباط؛ والآن جاء حينها فنقول :

ليس من الضروري أن تكون كل الإستنباطات الطبيعية ذات خط واحد لتحديد المدى، بل نلجأ حسب ما تتطلبه ضروب الانتقالات إلى سلسلة منتهية من الخطوط العمودية، يكون **واحد منها وواحد فقط هو الخط الأساسي لمدى الاستنباط**، أما الأُخرى فتكون بمثابة خطوط جزئية داخلة ضمن مداه. وهكذا يمكن أن تكون لنا على سبيل المثال لا الحصر هذه الأشكال :



ويعود سبب نشوء هذه الخطوط الجزئية إلى دور الفرضيات في العملية الإستنباطية. **فالفرضيات الأساسية** التي تكون عادة هي مقدمات الإستدلال المدروس يصحبها خط رئيسي يضبط مدى الإشتقاق منها. لكن عندما نُدخِل فرضية جديدة من غير مقدمات الاستدلال، نضطر لافتتاح خط جزئي يضبط مدى الإشتقاق من هذه الفرضية الجديدة.

وتنتهي مهمة هذا الخط الجزئي بانتهاء مهمة الفرضية الجديدة. وعندما يتحقق هذا نسميها في هذه الحالة باسم **الفرضية المشبعة**؛ ويصبح من الممتنع علينا اللجوء إلى أي مكون من مكونات مداها الجزئي فيما يُستقبل من استنباطات.

مثال

نريد استنباط النتيجة '(ب ← د)' من المقدمات ((ب ← جـ)، (جـ ← د))
إن المقدمات هنا بمثابة الفرضيات الأساسية لعملية الاستنباط، لذا نضعها مباشرة إلى جانب الخط الرئيسي لمدى الإشتقاق فوق خط الاستنباط الرئيسي هكذا :

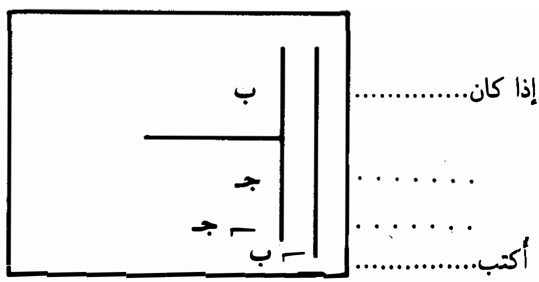
1. | (ب ← جـ) ف
2. | (جـ ← د) ف

وما دام هدفنا هو اشتقاق '(ب ← د)'، فنحن إذن في حاجة إلى إدخال رابط الشرط بين 'ب' و'د'، وللتمكن من هذا ندرج الفرضية الجديدة 'ب' كما تأمرنا بذلك قاعدة (ل ←). إن إدخال هذه الفرضية الجديدة يؤدي إلى نشوء خط جزئي لمدى الاستنباط منها، وهكذا نتابع العملية :

1. | (ب ← جـ) ف
2. | (جـ ← د) ف
3. | | ب ف
4. | | جـ 1 + 3 ح ←
5. | | د 2 + 4 ح ←
6. | (ب ← د) (3 إلى 5) ل ←

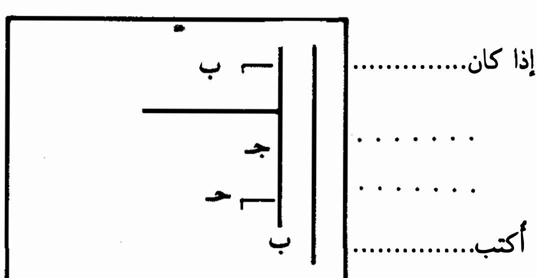
لاحظ جيداً أننا عندما أدخلنا الفرضية الجديدة، التي سنطلق عليها اسم **الفرضية المساعدة**، احتجنا لخط جزئي لتحديد مدى الاستنباط منها؛ وبالفعل استنبطنا ’ج‘ في الخطوة (4.) بتطبيقنا لقاعدة حذف الشرط على(1.) و (3.)؛ ثم طبقنا نفس القاعدة على كل من (2.) و (4.) فاستنبطنا ’د‘ في الخطوة (5.) أما الخطوة (6.) فهي التي عدنا فيها إلى خط المدى الرئيسي لنسجل نتيجة تطبيق قاعدة إدخال الشرط. وبقيامنا بهذه الخطوة تكون مهمة الفرضية المساعدة قد انتهت.

4.2.8. قاعدتا إدخال النفي (ل ¬) وحذفه (ح ¬)



(ل ¬)

إن نتج عن الفرضية المساعدة ’ب‘ عبارة ونفيها، فلنا أن ندخل النفي على ’ب‘ واستنباط ’¬ ب‘ ضمن المدى الرئيسي للعملية الاشتقاقية.



(ح ¬)

وإن نتج عن الفرضية المساعدة ’¬ ب‘ عبارة ونفيها، فلنا أن نحذف النفي ونستنبط ’ب‘ ضمن المدى الرئيسي للعملية الاشتقاقية.

مثال

نريد إستنباط النتيجة 'ـــ ب' من المقدمات ' { (ب ٨ ـــ جـ) ← ـــ د، (هـ ٨ ـــ حـ)، ب، (جـ ٨ د) } .

مثالنا هذا يريد أن يكون في نفس الوقت استثماراً لأغلب ما حصلناه من قواعد الاستنباط الطبيعي السابقة، فانتبه لهذا :

.1	(ب ٨ ـــ جـ) ← ـــ د	ف
.2	(هـ ٨ ـــ جـ)	ف
.3	ب	ف
.4	(جـ ٨ د)	ف
.5	ب	ف
.6	ـــ جـ	2 ح ٨
.7	ب	3 تك
.8	ب ٨ ـــ جـ	7 + 6 ل ٨
.9	د	4 ح ٨
.10	ـــ د	1 + 8 ح ←
.11	ـــ ب	(5 إلى 10) ل ـــ

5.2.8. قاعدتا إدخال الفصل (ل ٧) وحدفه (ح ٧)

(ل ٧)			
	إذا كان.............	ب	ب
	أكتب.............	ب ٧ جـ	جـ ٧ ب

تسمح لك هذه القاعدة بإدخال رابط الفصل بين العبارة 'ب' ـــ الواقعة في خط مدى سير اشتقاقاتك ـــ وأية عبارة استقر عليها اختيارك خلال عملية الاستنباط. أما الصياغة المزدوجة للقاعدة فترجع بالأساس لما يتمتع به رابط الفصل من خاصية التبديل.

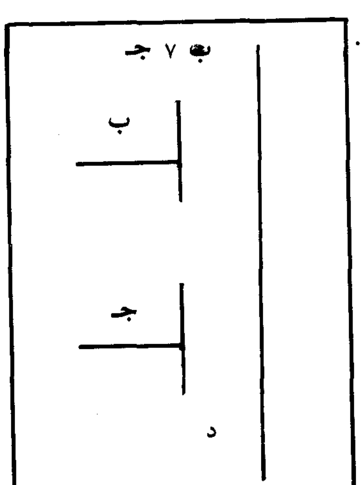
مثال :

نريد اشتقاق النتيجة '(جـ ٧ هـ)' من المقدمات ' { (جـ ٨ د)، [د ٧ (ب ٨ حـ)] ← هـ }.

.1	جـ ٨ د	ف
.2	[د ٧ (ب ٨ جـ)] ← هـ	ف
.3	د	1 ح ٨
.4	د ٧ (ب ٨ جـ)	3 ل ٧
.5	هـ	4 + 2 ح ←
.6	(جـ ٧ هـ)	5 ل ٧

لاحظ جيداً أن اختيارنا لـ 'جـ' الظاهرة في القاعدة ليس اختيارا اعتباطيا، بل هو اختيار موجَّه تستدعيه ضروب الانتقالات الاستنباطية. وهذا ما توضحه لك الخطوة (4.) وكذلك الخطوة (6.) من مثالنا السابق.

إذا كان......



(ح ٧)

أكتب

تسمح لك هذه القاعدة بحذف رابط الفصل واستنباط العبارة 'د' انطلاقاً من 'ب ٧ جـ' من خلال اشتقاقين جزئيين يبدأ الأول منهما بالفرضية المساعدة 'ب' وينتهي بـ 'د'، ويبدأ الثاني بالفرضية المساعدة 'جـ' وينتهي بـ 'د'.

مثال:

المثال التالي نقتبسه عن Merrie Bergmann وجماعتها (نيويورك 1980) :

إما أن أعظم رسام هو رمبراندت أو هو ڤان چوچ.

وإذا كان رمبراندت هو الأعظم، فستكون هولندا قد أعطت أحسن رسام متميز، ويكون هذا الأخير قد عاش في القرن السابع عشر.

أما إذا كان ڤان چوچ هو الأعظم، فستكون هولندا قد أعطت أحسن رسام متميز، لكن هذا الأخير عاش في القرن التاسع عشر.

على كل فقد أعطت هولندا أحسن رسام، غير أنه عاش إما في القرن السابع عشر أو في القرن التاسع عشر.

وبالرموز :

ب ٧ جـ

ب ← (د ٨ هـ)

جـ ← (د ٨ ب$_1$)

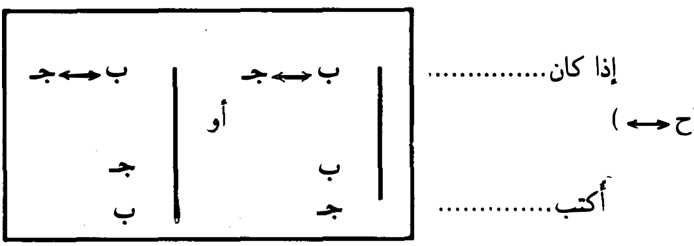
د ٨ (هـ ٧ ب$_1$)

لنستنبط إذن نتيجة هذا الاستدلال من مقدماته :

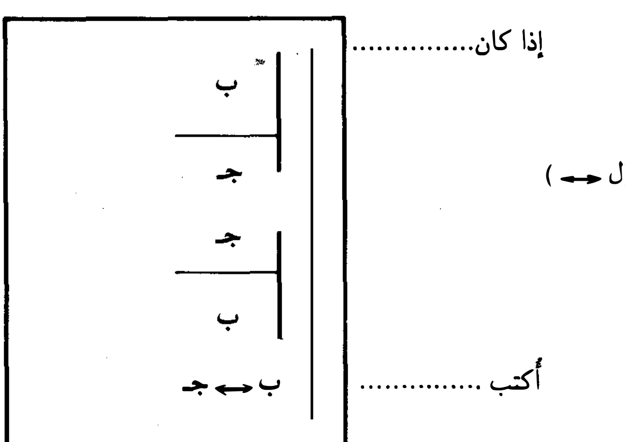
.1	ب ٧ جـ	ف
.2	ب ← (د ٨ هـ)	ف
.3	جـ ← (د ٨ ب$_1$)	ف
.4	ب	ف
.5	(د ٨ هـ)	4 + 2 ح ←
.6	هـ	5 ح ٨
.7	هـ ٧ ب$_1$	6 ل ٧
.8	د	5 ح ٨
.9	د ٨ (هـ ٧ ب$_1$)	8 + 7 ل ٨
.10	جـ	ف
.11	(د ٨ ب$_1$)	10 + 3 ح ←
.12	ب$_1$	11 ح ٨
.13	(هـ٧ب$_1$)	12 ل ٧
.14	د	11 ح ٨
.15	د ٨ (هـ٧ب$_1$)	14 + 13 ل ٨
.16	د ٨ (هـ ٧ ب$_1$)	1 + (4 إلى 9) + (10 إلى 15) ح ٧

لاحظ جيداً أن الاشتقاق الجزئي من الخطوة (4.) إلى الخطوة (9.) ومن الخطوة (10.) إلى الخطوة (15.) هو الذي وفَّر إمكانية استنباط النتيجة في الخطوة (16.).

6.2.8. قاعدتا جدف التشارط (ح ↔) وإدخاله (ل ↔)



تسمح لك هذه القاعدة باستنباط المتشارط الثاني إن وضعتَ المتشارط الأول، أو استنباط المتشارط الأول إن وضعت المتشارط الثاني. والمثال على هذه القاعدة نتركه لك كتمرين.



المثال التالي يوضح لك كيفية تطبيق هذه القاعدة :

مثال

المطلوب استنباط '(ب ↔ جـ)' من المقدمة '(ـــ ب ٨ ـــ جـ)'.

.1	ـــ ب ٨ ـــ جـ	ف
.2	ب	ف
.3	ـــ جـ	ف
.4	ـــ ب	1 ح ٨
.5	ب	2 تك
.6	جـ	(3 إلى 5) ح ـــ
.7	جـ	ف
.8	ـــ ب	ف
.9	جـ	7 تك
.10	ـــ جـ	1 ح ٨
.11	ب	(8 إلى 10) ح ـــ
.12	ب ↔ جـ	1 + (2 إلى 11) ل ↔

تمارين

1. إليك الاستنباطات التالية، حاول ملء عمود التبرير فيها، وذلك بكتابة أسماء القواعد التي بررت الانتقال من خطوة إلى أخرى !

أ.

1. جـ → د
2. ب → جـ
3. ب
4. جـ
5. د
6. ب → د
7. (ب → جـ) → (ب → د)

ب.

1. (ب ↔ جـ) ∧ د
2. (ب$_1$ → جـ$_1$) ∧ ¬¬ د$_1$
3. (هـ ∨ هـ$_1$)
4. د
5. ب$_1$ → جـ$_1$
6. (د ∧ (ب$_1$ → جـ$_1$))

جـ.

1. (ب ∨ جـ) → (جـ ↔ د)
2. جـ
3. (ب ∨ جـ)
4. (جـ ↔ د)
5. د
6. جـ ∧ د

د.

1. ب ↔ (ب → جـ)
2. ب
3. (ب → جـ)
4. جـ
5. (ب → جـ)

3.8. الصحة والفساد ضمن الاستنباط الطبيعي

1.3.8. مفهوم القابلية للاستنباط

إن تأملتَ الأمثلة الواردة في الفقرة الماضية (2.8.)، للاحظت أن كل العبارات القضوية الواردة في أسطرها تُشكّل سلسلة لاتخرج حلقاتها عن كونها إما فرضيات أساسية، وإما فرضيات مساعدة استنفذت طاقتها، وإما عبارات ناتجة عن تطبيق قاعدة ما من قواعد الاستنباط الطبيعي. وكل سلسلة من العبارات القضوية التي تتكون على هذا الشكل نسميها : **استنباطاً**. ونضع للقابلية للاستنباط التعريف التالي :

> تكون العبارة 'ب' من اللغة ق قابلة للاستنباط من مجموعة منتهية من العبارات القضوية (مقض) إذا وفقط إذا تحقق أن هناك استنباطاً تحتل فيه المجموعة (مقض) محل الافتراضات الأساسية، وتأخذ فيه 'ب' مكانها في آخر سطر من سطوره.

ونكتب رمزياً قابلية 'ب' للاستنباط من (مقض) على هذا الشكل :

مقض ⊨ ب

وإن لم تكن 'ب' قابلة للاستنباط من (مقض)، فإننا نكتب :

مقض ⊭ ب

2.3.8. مفهوم الاستدلال الصحيح استنباطياً

وعندما يتحقق لنا أن : 'مقض ⊨ ب'، علماً أن (مقض) ليست إلا مجموعة المقدمات في استدلال ما، وأن 'ب' ليست إلا نتيجته، فإننا نقول إن هذا الإستدلال إستدلال صحيح؛ ونضع التعريف التالي :

> يكون الاستدلال صحيحاً صحة استنباطية طبيعية إذا وفقط إذا كانت نتيجته قابلة للاستنباط من مجموعة مقدماته.

أما عندما يتحقق لنا أن : 'مقض ⊭ ب'، فإننا نضع ما يلي :

> يكون الاستدلال فاسداً إذا وفقط إذا لم يكن صحيحاً صحة استنباطية طبيعية.

للتمكن من البتّ في صحة استدلال ما، ما عليك إذن إلا القيام بمحاولة استنباط نتيجته من مقدماته بواسطة الخطوات والقواعد التي حصّلتها في الفقرة الماضية.

3.3.8. مفهوم الصحة الاستنباطية

إن تحقُّق وجود عبارة قضوية ما قابلة للاستنباط من مجموعة منتهية وغير فارغة من العبارات القضوية، لا يمنع من وجود عبارة قضوية ما قابلة للاستنباط من مجموعة فارغة؛ وعليه ففي هذه الحالة سنتحدّث عن العبارات الصحيحة صحة استنباطية طبيعية. ونضع التعريف التالي :

تكون العبارة القضوية 'ب' صحيحة صحة استنباطية طبيعية إذا وفقط إذا كانت قابلة للاستنباط من مجموعة فارغة.

وتُكتَبُ العبارة التي يتحقق فيها هذا التعريف على هذا الشكل :

ب =|

فالعبارة : ' { ب ← [جـ ← (ب ∧ جـ)] } ' التي يُعطينا استنباطها الطبيعي ما يلي :

.1	ب	ف
.2	جـ	ف
.3	ب ∧ جـ	1 + 2 ل ∧
.4	جـ ← (ب ∧ جـ)	(2 إلى 3) ل ←
.5	{ب ← [جـ ← (ب ∧ جـ)] }	(1 إلى 4) ل ←

عبارة صحيحة صحة استنباطية. [لاحظ أن الخط الرئيسي لمدى الاستنباط فيها مفتوح من أعلى لعدم ضمه لأية فرضية أساسية. لذا قلنا إنها قابلة للاستنباط من مجموعة فارغة.].

ونفس الأمر يقال على العبارة :

'ب ← [(ب ← جـ) ← جـ]'

التي سنستنبطها من مجموعة فارغة :

.1	ب	ف
.2	(ب ← جـ)	ف
.3	جـ	1 + 2 ح ←
.4	(ب ← جـ) ← جـ	2 + 3 ل ←
.5	ب ← [(ب ← جـ) ← جـ]	1 + 4 ل ←

4.3.8. مفهوم التلازم استنباطياً

لنتأمل الآن الاستنباطين التاليين :

(1)

.1	¬ ب ٧ جـ	ف
.2	ب	ف
.3	¬ ب	ف
.4	¬ جـ	ف
.5	ب	2 تك
.6	¬ ب	3 تك
.7	جـ	(4 إلى 6) ح ¬
.8	جـ	ف
.9	جـ	8 تك
.10	جـ	1 + (3 إلى 7) + (8 إلى 9) ح ٧
.11	ب ← جـ	(2 إلى 10) ل ←

(2)

.1	ب ← جـ	ف
.2	ـــ (ـــ ب ٧ جـ)	ف
.3	ـــ ب	ف
.4	(ـــ ب ٧ جـ)	3 ل ٧
.5	ـــ (ـــ ب ٧ جـ)	2 تك
.6	ب	(3 إلى 5) ح ـــ
.7	جـ	(1 + 6) ح ←
.8	(ـــ ب ٧ جـ)	7 ل ٧
.9	ـــ (ـــ ب ٧ حـ)	2 تك
.10	(ـــ ب ٧ جـ)	(2 إلى 9) ح ـــ

ما نلاحظه فيهما أن الفرضية الأساسية في الأول هي آخر عبارة مستنبطة في الثاني، وأن الفرضيّة الأساسية في الثاني هي اخر عبارة مستنبطةّ في الأول؛ وهذا معناه أن '(ب ← جـ)' قابلة للاستنباط من '(ـــ ب ٧ جـ)'، وأن '(ـــ ب ٧ جـ)' قابلة للاستنباط من '(ب ← جـ)'.

إن تحقّقَ لنا مثل هذا الاستنباط الطبيعي المتبادل نقول : إن العبارتين متلازمتان؛ ونضع التعريف التالي :

تكون العبارتان 'ب' و'جـ' متلازمتين تلازماً استنباطياً طبيعياً إذا وفقط إذا كانت 'جـ' قابلة للاستنباط من {ب} ، وكانت 'ب' قابلة للاستنباط من {جـ} .

وهكذا نكتب هذه العلاقة رمزياً على هذا الشكل :

ب ⊨⫤ جـ

تمارين

1. هل العبارات التالية قابلة للاستنباط من مجموعة فارغة ؟

أ. (ب ↔ جـ) ← (ب ← جـ)

ب. (ب ∧ ¬ ب) ← (جـ ∨ د)

جـ. (ب ∧ جـ) ← جـ

د. ¬ ب ← [(جـ ∧ ب) ← د]

2. هل الأزواج التالية متلازمة تلازماً استنباطياً طبيعياً ؟

أ .	ب	ب ∧ (ب ∨ جـ)
ب.	ب	ب ∨ (ب ∧ جـ)
جـ.	(ب ∧ جـ)	ب ∧ (¬ ب ∨ جـ)
د .	(¬ ب ∨ جـ)	¬ ب ∨ (ب ∧ جـ)
هـ.	(ب ↔ جـ)	(ب ← جـ) ∧ (جـ ← ب)

3. هل الاستدلالات التالية صحيحة صحة استنباطية طبيعية ؟

أ. (ب ← ¬ جـ) ∧ (جـ ← ¬ د)

(¬ هـ ∨ جـ)

(¬ ب ∧ ¬ د)

ب. [ب ↔ (جـ ↔ جـ)]

ب

جـ. [(ب ٧ جـ) ↔ د]

ب

د

د. [(ب ٧ جـ) ٧ د]

(ـــ ب ٨ هـ) ٨ ـــ (ـــ ب ٨ جـ)

(ـــ ب ٨ ـــ جـ) ٨ (د ٨ هـ)

بعض المراجع المختارة

نقترح على القارئ هذه المراجع الميسّرة التي تمتاز بسهولتها ووضوح عرضها وعدم تطلبها لمستويات عالية من الدّراسة المنطقية.

بالعربية

فاخوري، عادل، **المنطق الرياضي**، دار العلم للملايين، بيروت، 1974.

باللغات الأجنبية

Copi, M. Irving, **Symbolic Logic, Fourth Edition**, Macmillan Publishing Co. Inc, New York, 1973

Gauthier, Yvon, **Methodes et Concepts de la logique Formelle**, Les presses de l'Université de Montréal, 1978.

Grize, Jean – Blaise, **Logique moderne, Fascicule I**, Mouton Paris La Haye, 1973

Jeffrey, Richard, **Formal Logic – Its Scope And Limits**, Mc Graw-Hill Book Company, New York (and other Towns), 1981.

Quine, Willard V. O., **Méthodes de logique**, trad. Maurice Clavelin, Armand Colin, Paris, 1972.

Bergmann, M., Moor, J., Nelson, J., **The Logic Book**, Random House, New York, 1980.

Thomas, James A., **Symbolic Logic**, Bell & Howell Company, Columbus, Ohio, 1977.

لائحة بالرموز والكلمات المختصرة

ب ، جـ ، د ، هـ ب$_1$ ، جـ$_1$ ، د$_1$ ، هـ$_1$	:	متغيرات قضوية شيئية.
ب، جـ، د	:	متغيرات قضوية ما ورائية.
٨	:	رابط الوصل
٧	:	رابط الفصل
$\leftarrow$	:	رابط الشرط
$\leftrightarrow$	:	رابط التشارط
⌐	:	رابط النفي
⊣	:	علاقة اللزوم / القابلية للاستنباط
⊣⊢	:	علاقة التلازم / القابلية للاستنباط المتبادل
(،)	:	قوسان
[،]	:	معقفان
{ ، }	:	حاضنتان
$\hat{\text{ق}}$	:	قاعدة الوصل (في التحليل الصدقي)
$\check{\text{ق}}$	:	قاعدة الفصل (في التحليل الصدقي)
$\overleftarrow{\text{ق}}$	:	قاعدة الشرط (في التحليل الصدقي)
$\overleftrightarrow{\text{ق}}$	:	قاعدة التشارط (في التحليل الصدقي)
$\overset{\neg}{\text{ق}}$	:	قاعدة النفي (في التحليل الصدقي)

خ$_1$	:	الخطوة الأولى لإنشاء الجدول التحليلي
خ$_ن$	:	الخطوة الأخيرة في التحليل الصدقي
(س. ب)	:	السطر البتّات
ص	:	صادق
ك	:	كاذب
تش ٨	:	قاعدة تشجير الوصل
تش ٧	:	قاعدة تشجير الفصل
تش ←	:	قاعدة تشجير الشرط
تش ↔	:	قاعدة تشجير التشارط
تش ⌐⌐	:	قاعدة تشجير النفي المزدوج
تش ⌐٨	:	قاعدة تشجير الوصل المسلوب
تش ⌐٧	:	قاعدة تشجير الفصل المسلوب
تش ⌐←	:	قاعدة تشجير الشرط المسلوب
تش ⌐↔	:	قاعدة تشجير التشارط المسلوب
✓	:	علامة الشطب
«×»	:	علامة السد
عم	:	عنصر من المجموعة
مق	:	مجموعة المقدمات
تر ٨	:	قاعدة تركيب الوصل
تر ٧	:	قاعدة تركيب الفصل
تر ←	:	قاعدة تركيب الشرط
تر ↔	:	قاعدة تركيب التشارط
تر ⌐٨	:	قاعدة تركيب الوصل المسلوب
تر ⌐٧	:	قاعدة تركيب الفصل المسلوب
تر ⌐←	:	قاعدة تركيب الشرط المسلوب

تر⇄	:	قاعدة تركيب التشارط المسلوب
(متنا)	:	مبدأ : من التناقض نستنتج ما نشاء
تك	:	قاعدة التكرار
ح ٨	:	قاعدة حذف الوصل
ح ٧	:	قاعدة حذف الفصل
ح ←	:	قاعدة حذف الشرط
ح ↔	:	قاعدة حذف التشارط
ح ⌐	:	قاعدة حذف النفي
ل ٨	:	قاعدة إدخال الوصل
ل ٧	:	قاعدة إدخال الفصل
ل ←	:	قاعدة إدخال الشرط
ل ↔	:	قاعدة إدخال التشارط
ل ⌐	:	قاعدة إدخال النفي
(مقض)	:	مجموعة منتهية من العبارات القضوية.
⊬	:	غير قابل للاشتقاق
U	:	اتحاد مجموعتين
{ ب }	:	المجموعة ب
{ حـ }	:	المجموعة حـ

فهرس

صـــدر

□ سلسلة : المعرفة الفلسفية

● محمد وقيدي
○ حوار فلسفي
● عبد السلام بنعبد العالي
○ درس الإبيستيمولوجيا
● جمال الدين العلوي
○ المتن الرشدي
● عبد السلام بنعبد العالي
○ الهوية والتراث
● د. نجيب بلدي
○ دروس في تاريخ الفلسفة
● ميشيل فوكو
○ جنيالوجيا المعرفة
● محمد عزيز الحبابي
○ ورقات عن فلسفات إسلامية

تشهد الدراسات العلمية الحديثة في العديد من أُصولها وفروعها اهتماماً متزايداً بالأدوات الصورية التي يوفرها الدرس المنطقي المعاصر. فلم يعد الاشتغال بهذا العلم مقصوراً على الفلاسفة وحدهم، بل أصبح الرياضيون واللسانيون والقانونيون من أبرز دارسيه. ويفسر لنا هذا الاهتمام النظري والتطبيقي بالمنطق سرّ بروز مادته في الكثير من البرامج الدراسية لمختلف التخصصات الجامعية.

تهدف الدروس التي نقدم اليوم الدرس الأول منها بين دفتي هذا الكتاب، إلى تعويد الطالب أو القارئ العادي على بعض التقنيات السهلة وبعض المفاهيم الأولية التي قد تمده بدعم أساسي في دراساته اللاحقة أو الحالية.

46 درهماً

مكتبة
الأدب
المغربي